

**STUDI APLIKASI ALGORITMA
FILTER KALMAN ADAPTIF
UNTUK PERBAIKAN CACAT GELOMBANG
PADA RELE JARAK DIGITAL**

TUGAS AKHIR

Disusun oleh :

I KADEK WAHYUDI

NRP. 2291 100 092

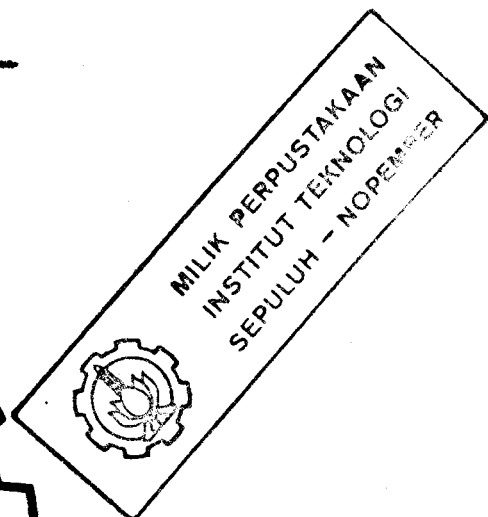
RSE

621.319 1

Wah

S-1

1996



**JURUSAN TEKNIK ELEKTRO
FAKULTAS TEKNOLOGI INDUSTRI
INSTITUT TEKNOLOGI SEPULUH NOPEMBER
SURABAYA
1996**

PERPUSTAKAAN I T S	
Tgl. Terima	15 JAN 1997
Terima Dari	H
No. Agenda Pop.	6d 21

**STUDI APLIKASI ALGORITMA
FILTER KALMAN ADAPTIF
UNTUK PERBAIKAN CACAT GELOMBANG
PADA RELE JARAK DIGITAL**

TUGAS AKHIR

**Diajukan Guna Memenuhi Sebagian Persyaratan
Untuk Memperoleh Gelar Sarjana Teknik
Pada**

**Bidang Studi Teknik Sistem Tenaga
Jurusan Teknik Elektro
Fakultas Teknologi Industri
Institut Teknologi Sepuluh Nopember
S u r a b a y a**

Mengetahui / Menyetujui

Dosen Pembimbing I



(Ir. Teguh Yuwono)

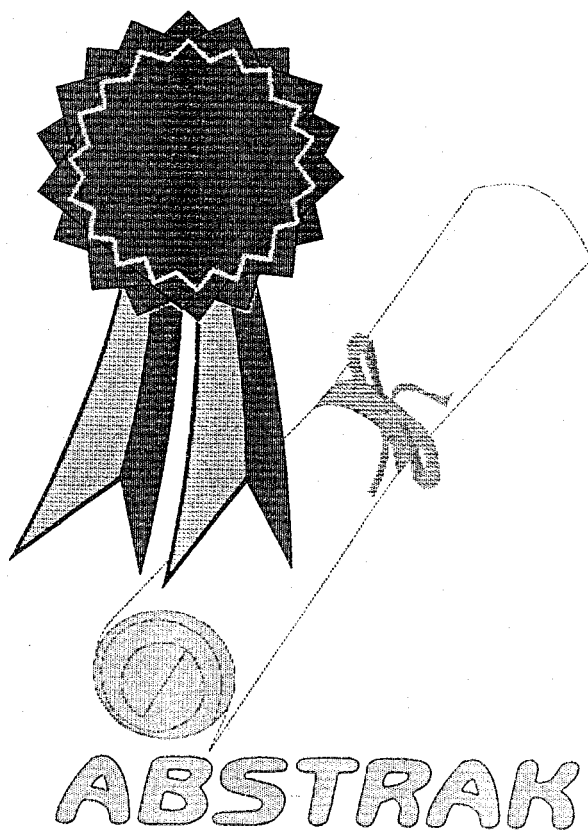
Dosen Pembimbing II



(Ir. Margo Pujiantara, M.T.)

S U R A B A Y A

Oktober, 1996



ABSTRAK

Terjadi gangguan pada saluran transmisi akan menghasilkan frekuensi transien, yang menyebabkan cacat gelombang arus dan tegangan, untuk mengatasi permasalahan cacat gelombang ini akan digunakan Metoda Filter Kalman Adaptif. Metoda ini digunakan untuk mengestimasi konstanta-konstanta fasa dan amplitudo yang tidak diketahui yang menentukan harga tegangan dan arus pada frekuensi 50 Hz. Pengukuran rele jarak digital yang dipasang pada saluran transmisi dalam studi ini diperoleh melalui model gelombang sinusoidal terderau. Hasil estimasi kemudian dapat digunakan sebagai masukan untuk menentukan lokasi gangguan.

Perhitungan penguat akan dilakukan secara off-line, sedangkan untuk menganalisa kemampuan Filter Kalman Adaptif digunakan metoda Mean Square Error (MSE).

KATA PENGANTAR

Puji syukur kehadapan Tuhan Yang Maha Esa atas segala karunia yang diberikan-NYA, sehingga akhirnya penulis dapat menyelesaikan Tugas Akhir ini dengan judul :

Studi Aplikasi Algoritma Filter Kalman Adaptif Untuk Perbaikan Cacat Gelombang Pada Rele Jarak Digital

Tugas akhir dengan bobot 6 SKS ini disusun untuk melengkapi salah satu persyaratan dalam mencapai gelar sarjana bidang studi Teknik Sistem Tenaga, Jurusan Teknik Elektro, Fakultas Teknologi Industri. Institut Teknologi Sepuluh Nopember Surabaya.

Penulis dalam penyusunan tugas akhir ini telah berusaha dengan segenap kemampuan serta sekuat tenaga yang dimiliki dengan harapan menghasilkan suatu buku sebaik mungkin, Namun hasil tulisan ini masih jauh dari sempurna. Meskipun demikian harapan penulis semoga buku tugas akhir ini dapat bermanfaat bagi para pembaca.

Surabaya, Oktober 1996

Penulis

DAFTAR ISI

JUDUL	i
LEMBAR PENGESAHAN	ii
ABSTRAK	iii
KATA PENGHANTAR	iv
UCAPAN TERIMA KASIH	v
DAFTAR ISI	vi
DAFTAR GAMBAR	viii
DAFTAR TABEL	x
DAFTAR SIMBOL	xi

BAB I PENDAHULUAN

I.1. LATAR BELAKANG	1
I.2. PERMASALAHAN	2
I.3. PEMBATAAN MASALAH	3
I.4. PENELAAHAN STUDI	3
I.5. SISTEMATIKA PENULISAN	5
I.6. RELEVANSI	5

BAB II KONSEP DASAR FILTER KALMAN

II.1. KONSEP DASAR	6
II.1.1. Estimasi	6
II.1.2. Teori Probabilitas	8
II.2.2.1. Mean dan Varian	8
II.2.2.2. Proses Acak	10
II.2.2.3. Derau Putih	11
II.1.3. Filter Rekursif	12
II.2. FILTER KALMAN DISKRIT	15

II.3. FILTER KALMAN KONTINYU	20
II.4. DISKRITISASI SISTEM KONTINYU	27
II.5. FILTER KALMAN ADAPTIF	30
 BAB III APLIKASI FILTER KALMAN ADAPTIF UNTUK PERBAIKAN CACAT GELOMBANG ARUS DAN TEGANGAN TERGANGGU PADA RELE JARAK DIGITAL	
III.1. PERMODELAN GELOMBANG	34
III.1.1. Model Gelombang Tegangan	35
III 1.2. Model Gelombang Arus	36
III.2. ALGORITMA FILTER KALMAN	37
III.2.1. Algoritma Filter Kalman Adaptif	41
III.3. PENENTUAN DATA AWAL	48
III.4. KONSEP RELE DIGITAL	51
 BAB IV STUDI SIMULASI DAN ANALISA HASIL PERHITUNGAN	
IV.1. SIMULASI ALGORITMA FILTER KALMAN ADAPTIF	54
IV.2. HASIL PERHITUNGAN SIMULASI	61
 BAB V PENUTUP	
V.1. KESIMPULAN	92
V.2. SARAN	93
 DAFTAR PUSTAKA	 94
LAMPIRAN	

DAFTAR GAMBAR

GAMBAR		HALAMAN
1.1.	<i>Gambaran Sistem Secara Umum</i>	4
2.1.	<i>Tiga Jenis Permasalahan Estimasi</i>	7
2.2.	<i>Blok Diagram Estimasi Dengan Filter Kalman</i>	8
2.3.	<i>Gambaran Sinyal Acak</i>	10
2.4.	<i>Spektrum Kerapatan Daya Derau Putih</i>	12
2.5.	<i>Blok Diagram Filter Kalman Kontinyu</i>	26
2.6.	<i>Bobot Jumlah Estimasi Filter Kalman</i>	31
3.1.	<i>Diagram Alur Dari Estimasi Filter Kalman</i>	40
3.2.	<i>Skema Dasar Filter Kalman Adaptif</i>	41
3.3.	<i>Diagram Alur Dari Estimasi Dengan Filter Kalman Adaptif</i>	44
3.4.	<i>Skema Filter Kalman Adaptif Untuk Sistem Tiga Fasa</i>	48
3.5.	<i>Variansi Dari Sinyal Gangguan Tegangan</i>	50
3.6.	<i>Blok Diagram Dasar Rele Digital</i>	52
4.1.	<i>Algoritma Pengaman Dengan Filter Kalman Adaptif</i>	55
4.2.	<i>Gangguan Tunggal Dari Saluran Ketanah</i>	57
4.3.	<i>Gangguan Antar-Saluran</i>	57
4.4.	<i>Gangguan Ganda Dari Saluran Ketanah</i>	58
4.5.	<i>Gangguan Hubung Singkat Tiga Fasa</i>	59
4.6.	<i>Bentuk Gelombang Tegangan Cacat I</i>	64
4.7.	<i>Hasil Pengukuran Gelombang Tegangan Cacat I</i>	65
4.8.	<i>Hasil Estimasi Gelombang Tegangan Cacat I</i>	66
4.9.	<i>Bentuk Gelombang Tegangan Cacat II</i>	68
4.10.	<i>Hasil Pengukuran Gelombang Tegangan Cacat II</i>	69
4.11.	<i>Hasil Estimasi Gelombang Tegangan Cacat II</i>	70
4.12.	<i>Bentuk Gelombang Tegangan Cacat III</i>	72
4.13.	<i>Hasil Pengukuran Gelombang Tegangan Cacat III</i>	73

4.14.	<i>Hasil Estimasi Gelombang Tegangan Cacat III</i>	74
4.15.	<i>Bentuk Gelombang Tegangan Cacat IV</i>	76
4.16.	<i>Hasil Pengukuran Gelombang Tegangan Cacat IV</i>	77
4.17.	<i>Hasil Estimasi Gelombang Tegangan Cacat IV</i>	78
4.18.	<i>Bentuk Gelombang Arus Cacat I</i>	80
4.19.	<i>Hasil Pengukuran Gelombang Arus Cacat I</i>	81
4.20.	<i>Hasil Estimasi Gelombang Arus Cacat I</i>	82
4.21.	<i>Bentuk Gelombang Arus Cacat II</i>	84
4.22.	<i>Hasil Pengukuran Gelombang Arus Cacat II</i>	85
4.23.	<i>Hasil Estimasi Gelombang Arus Cacat II</i>	86
4.24.	<i>Bentuk Gelombang Arus Cacat III</i>	88
4.25.	<i>Hasil Pengukuran Gelombang Arus Cacat III</i>	89
4.26.	<i>Hasil Estimasi Gelombang Arus Cacat III</i>	90

DAFTAR TABEL

TABEL	HALAMAN
2-1. <i>Perumusan Pengukuran Dan Waktu Terbaru Filter Kalman Adaptif</i>	21
2-2. <i>Persamaan Rekursif Untuk Pengukuran Terbaru Filter Kalman Diskrit</i> ...	22
3-1. <i>Definisi Variabel Keadaan Pada Filter Kalman Adaptif</i>	45
4-1. <i>Hubungan Antara Tipe Gangguan Dengan Tegangan Dan Arus Terseleksi</i>	59
4-2. <i>Hasil Perhitungan Simulasi Tegangan Cacat I</i>	63
4-3. <i>Hasil Perhitungan Simulasi Tegangan Cacat II</i>	67
4-4. <i>Hasil Perhitungan Simulasi Tegangan Cacat III</i>	71
4-5. <i>Hasil Perhitungan Simulasi Tegangan Cacat IV</i>	75
4-6. <i>Hasil Perhitungan Simulasi Arus Cacat I</i>	79
4-7. <i>Hasil Perhitungan Simulasi Arus Cacat II</i>	83
4-8. <i>Hasil Perhitungan Simulasi Arus Cacat III</i>	87
4-9. <i>Hasil Perhitungan Mean Square Error</i>	91

DAFTAR SIMBOL

x_k	variabel keadaan
Φ_k	matirck transisi variabel keadaan
z_k	pengukuran
H_k	matrik pengukuran
v_k	derau putih pengukuran
K_k	penguat kalman
P_k	galat kovarian
T	periode sampling
Q_k	autokorelasi gangguan sistem
R_k	autokorelasi gangguan pengukuran
K_v	variansi tegangan
K_i	variansi arus
\hat{x}_k	estimasi variabel keadaan
$\hat{x}_{\bar{k}}$	prediksi variabel keadaan
$P_{\bar{k}}$	prediksi galat kovarian
I	matrik identitas
$\alpha_i, i = 1$	keadaan terganggu
$\alpha_i, i = 2$	keadaan tak terganggu
$\hat{x}f_k$	estimasi variabel keadaan saat terganggu
$\hat{x}u_k$	estimasi variabel keadaan saat tak terganggu

BAB I

PENDAHULUAN

I. 1. LATAR BELAKANG

Kebutuhan tenaga listrik dalam masa Pembangunan seperti sekarang ini, baik disektor Industri maupun Perumahan terus meningkat oleh sebab itu diperlukan suatu pelayanan tenaga listrik dengan kontinuitas yang baik. Energi listrik yang dihasilkan oleh pusat-pusat pembangkit harus dapat disalurkan dengan baik kepada konsumen dan energi listrik yang disalurkan melalui saluran transmisi akan tidak terlepas dari gangguan. Gangguan ini ada yang bersifat permanen maupun temporer.

Gangguan yang sering terjadi yaitu berupa gangguan hubung singkat baik itu berupa gangguan hubung singkat antar fasa maupun hubung singkat fasa dengan tanah. Gangguan hubung singkat pada saluran transmisi ini pada umumnya mengakibatkan kerusakan pada peralatan listrik yang terhubung dengan sistem yang sedang mengalami gangguan. Untuk mengatasi akibat yang ditimbulkan oleh gangguan ini dibutuhkan suatu sistem pengaman (protection) yang dapat dengan segera melokalisir sistem dari gangguan sehingga gangguan yang terjadi dengan segera dapat diatasi. Disamping itu dibutuhkan juga suatu peralatan yang dapat mendeteksi lokasi dari gangguan untuk mempercepat proses perbaikan terutama bila jenis gangguan yang terjadi bersifat permanen.

Sampai saat ini proteksi saluran transmisi tenaga listrik kebanyakan menggunakan sistem proteksi dengan menggunakan rele jarak, karena rele jarak dapat

memberikan indikasi daerah dimana gangguan hubung singkat terjadi tetapi rele jarak tidak dapat dirancang untuk menentukan lokasi gangguan hubung singkat pada saluran transmisi secara tepat.

Para peneliti saat ini telah berupaya mengembangkan metoda penentuan lokasi gangguan hubung singkat yang pada dasarnya menggunakan hasil pengukuran arus dan tegangan frekuensi sistem pada terminal yang terhubung dengan saluran yang mengalami gangguan hubung singkat. Metoda ini bekerja berdasarkan estimasi dimana hasil estimasi lokasi gangguan hubung singkat ini sangat tergantung pada hasil pengukuran tegangan dan arus pada terminal yang mengalami gangguan hubung singkat.

I. 2. PERMASALAHAN

Permasalahan pada tugas akhir ini adalah apabila terjadi gangguan hubung singkat pada saluran transmisi maka akan terjadi cacat gelombang arus dan tegangan sehingga sulit untuk menentukan lokasi gangguan yang terjadi secara tepat karena hasil estimasi lokasi gangguan hubung singkat ini sangat tergantung pada hasil pengukuran gelombang arus dan tegangan. Untuk mendapatkan hasil yang tepat didalam penentuan lokasi gangguan yang terjadi maka cacat gelombang arus dan tegangan yang timbul saat terjadi gangguan harus diperbaiki terlebih dahulu dan untuk memperbaiki cacat gelombang yang terjadi maka di dalam tugas akhir ini akan digunakan suatu fiter dalam hal ini dipakai Algoritma Fiter Kalman Adaptif untuk memperbaiki terjadinya cacat gelombang arus dan tegangan pada saat terjadi gangguan. Untuk kemudian hasil ini

dapat dipergunakan untuk mengestimasi lokasi gangguan pada saluran transmisi tersebut.

I. 3. PEMBATASAN MASALAH

Pembahasan tentang perbaikan cacat gelombang arus dan tegangan dengan menggunakan Algoritma Filter Kalman Adaptif di dalam tugas akhir ini dilakukan dengan beberapa asumsi sebagai berikut

- ☒ Hasil pengukuran besaran arus dan tegangan diperoleh dari hasil simulasi program komputer.
- ☒ Besaran arus dan tegangan gangguan dinyatakan dalam bentuk variabel keadaan (*state variable*).
- ☒ Parameter yang tidak diketahui pada estimator ini diasumsikan sebagai *variabel acak*
- ☒ Perhitungan penguat Kalman dilakukan secara *off-line*.
- ☒ Sistem teramati terus.
- ☒ Gangguan pada sistem saluran transmisi dianggap bersifat permanen.

I. 4. PENELAHAAN STUDI

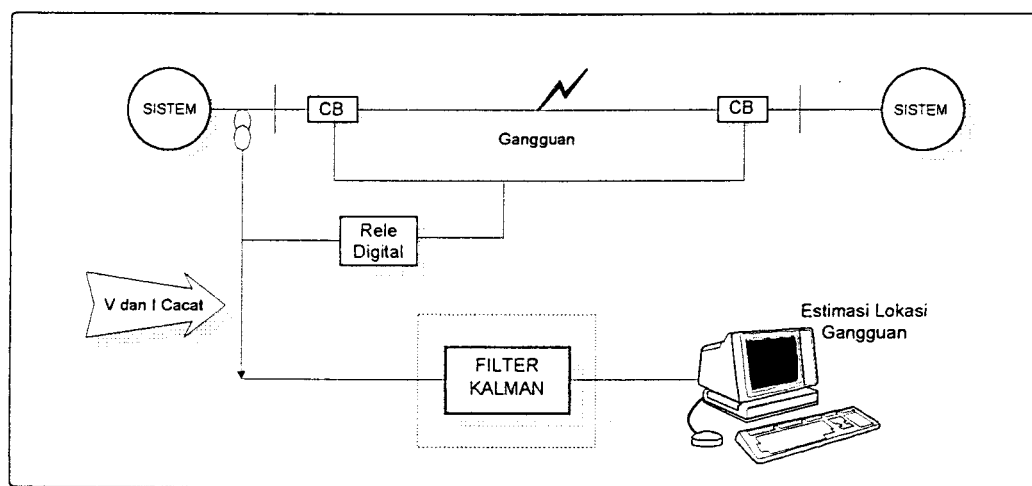
Di dalam tugas akhir ini dipelajari Filter Kalman Adaptif untuk perbaikan cacat gelombang arus dan tegangan. Model Filter Kalman Adaptif ini berdasarkan *Estimator Magill's*. Pada estimator ini dua model Filter Kalman memproses data secara bersamaan pada setiap fasa, satu model diasumsikan sebagai penggambaran dari sebuah fasa yang terganggu dan model yang lain dinyatakan sebagai penggambaran dari fasa

yang tidak mengalami gangguan. Permodelan ini digunakan untuk membedakan parameter - parameter dari sebuah model yang terganggu dan yang tidak terganggu berdasarkan atas :

- ☐ Berdasarkan atas perbedaan sifat statistik dari noise arus dan tegangan dalam sebuah fasa yang terganggu dari fasa yang tidak terganggu.
- ☐ Besarnya magnitudo arus dan tegangan pada terganggu dan tidaknya fasa dibandingkan dengan kondisi data awal.
- ☐ Perbedaan kovarian awal untuk terganggu dan tidaknya fasa.

Terjadinya gangguan pada saluran transmisi tegangan tinggi akan menghasilkan transien frekuensi yang sangat beragam, yang menghasilkan frekuensi-frekuensi dengan magnitudo yang tergantung pada banyak faktor, sehingga gangguan transien dapat dimodelkan sebagai proses-proses acak. Perhitungan penguat Kalman disini dilakukan secara off-line dan untuk menganalisa kemampuan Filter Kalman Adaptif digunakan metoda Mean Square Error (MSE).

Gambaran apa yang akan dibahas dalam tulisan ini terlihat pada Gambar 1.1.



Gambar 1.1.
Gambaran Sistem Secara Umum

Penulis tidak melakukan pengukuran langsung terhadap arus dan tegangan gangguan, tetapi mensimulasikan besaran tegangan dan arus cacat dengan program komputer.

I. 5. SISTEMATIKA PENULISAN

Sistematika penulisan tugas akhir ini adalah dengan susunan sebagai berikut :

- ☐ **BAB I** : membahas tentang Latar Belakang dan Permasalahan dari tugas akhir ini.
- ☐ **BAB II** : membahas tentang teori Filter Kalman khususnya Filter Kalman Adaptif.
- ☐ **BAB III** : membahas tentang Aplikasi Filter Kalman Adaptif untuk perbaikan cacat gelombang pada Rele Jarak Digital
- ☐ **BAB IV** : membahas tentang Simulasi dan Hasil Perhitungan Algoritma Filter Kalman Adaptif untuk perbaikan cacat gelombang pada Rele Jarak Digital.
- ☐ **BAB V** : berisikan Kesimpulan dan Saran.

I. 6. RELEVANSI

Dengan mempelajari aplikasi Algoritma Filter Kalman Adaptif untuk perbaikan cacat gelombang arus dan tegangan saat terjadi gangguan hubung singkat pada saluran transmisi, maka diharapkan lokasi gangguan dapat diestimasi secara tepat, sehingga gangguan pada saluran transmisi dapat segera diadakan perbaikan secara cepat dan tepat, sehingga kontinuitas pelayanan tenaga listrik terhadap konsumen meningkat.

BAB II

KONSEP DASAR FILTER KALMAN

II. 1. KONSEP DASAR

Kemajuan dalam teknologi komputer digital membuat permasalahan yang semula sulit untuk diterapkan menjadi mungkin untuk diterapkan salah satunya persoalan estimasi. Salah satu teori estimasi adalah teori Filter Kalman yang akan dibahas dalam bab ini.

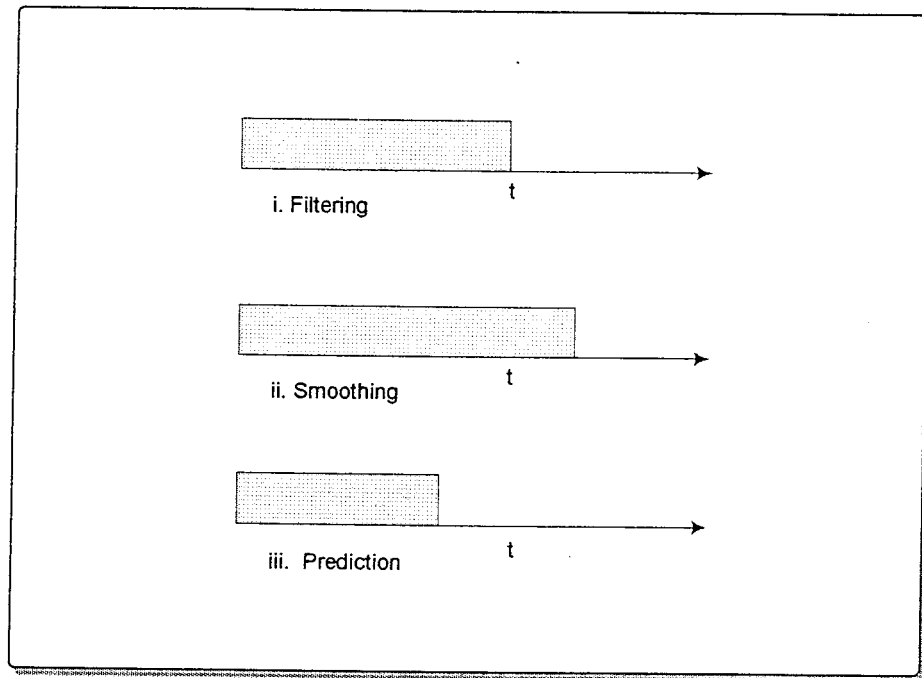
Filter Kalman merupakan filter yang penyelesaiannya bersifat rekursif sehingga sesuai untuk diterapkan dalam teknologi komputer digital. Untuk memahami Filter Kalman perlu ditinjau konsep dasar estimasi, beberapa hal yang berhubungan dengan probabilitas seperti : Mean dan Varian , Proses Acak, gangguan - gangguan acak, yang dalam hal ini digambarkan sebagai derau putih (White Noise) dan Penyelesaian Rekursif

II. 1. 1. Estimasi

Proses estimasi secara umum dibagi dalam 3 jenis yang antara lain:

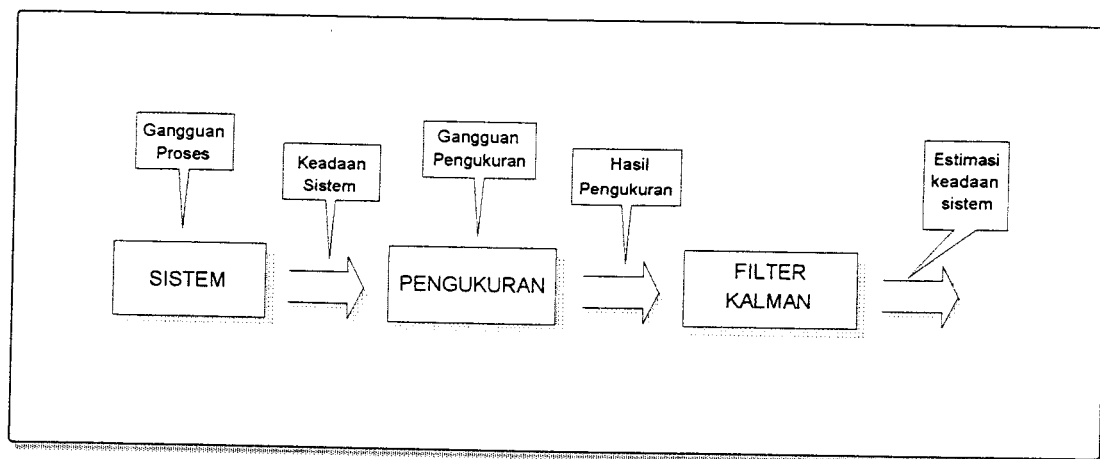
- ☐ **Filtering** yaitu apabila waktu saat estimasi yang diinginkan bertepatan dengan waktu saat pengukuran terakhir
- ☐ **Smoothing** yaitu apabila waktu saat estimasi yang diinginkan berada pada waktu sebelum saat pengukuran terakhir.

- **Prediction** yaitu apabila saat estimasi diinginkan berada pada waktu setelah saat pengukuran terakhir. Hal ini dapat digambarkan pada gambar 2.1. dibawah ini.



Gambar 2.1.
Tiga Jenis Permasalahan Estimasi

Sebagai estimator Filter Kalman dapat digunakan untuk menyelesaikan ketiga jenis persoalan estimasi diatas, tetapi dalam hal ini hanya akan dibahas Filter Kalman fungsinya sebagai *Filtering*. Sebagai contoh penggunaan proses estimasi sebagai filter dengan Filter Kalman dapat digambarkan sebagai yang tampak pada Gambar 2.2. dibawah ini.



Gambar 2.2.
Blok Diagram Estimasi Dengan Filter Kalman

II. 2. 2. Teori Probabilitas

II. 2. 2. 1. Mean dan Varian

Diketahui sebuah vektor acak X dengan fungsi kerapatan peluang $f(x)$, Fungsi kerapatan peluang ini mewakili probabilitas bahwa X dapat mengambil pada daerah diferensial dx dengan pusat pada x . Nilai Harapan dari fungsi $g(x)$ dari sebuah vektor acak X didefinisikan sebagai :

$$E[g(x)] = \int_{-\infty}^{\infty} g(x) f(x) dx \quad \dots (2-1)$$

untuk X yang kontinu.

sedangkan untuk X yang diskrit

$$E[g(x)] = \sum_x g(x) f(x) \quad \dots (2-2)$$

Untuk lebih khusus, rata-rata atau nilai harapan dari X yang diskrit didefinisikan oleh :

$$E[X] = \sum_x x f(x) \quad \dots (2-3)$$

yang selanjutnya disimbolkan sebagai : \bar{X}

Untuk memberikan gambaran penyebaran pengukuran disekitar mean maka dikenal istilah varian yang dirumuskan sebagai :

$$\begin{aligned}\text{Var}X &= E[(X - E(X))^2] \\ &= E[X^2 - 2X.E(X) + (E(X))^2] \\ &= E(X^2) - (E(X))^2\end{aligned}\quad \dots (2-4)$$

Kovarian dari X diberikan sebagai :

$$\begin{aligned}P_x &= E[(X - \bar{x})(X - \bar{x})^T] \\ &= E(XX^T) - \bar{x}\bar{x}^T\end{aligned}\quad \dots (2-5)$$

Kita sebut $E[XX^T]$ sebagai nilai *mean-square* dari X.

Untuk dua variabel acak X dan Y dengan fungsi kerapatan peluang $f(x, y)$ maka nilai harapan dari fungsi $g(x, y)$ untuk keadaan diskrit dapat dituliskan sebagai :

$$E[g(x, y)] = \sum_x \sum_y g(x, y) f(x, y) \quad \dots (2-6)$$

sehingga kovarian dua variabel acak X dan Y dengan rata-rata masing-masing \bar{x} dan \bar{y} diberikan sebagai :

$$\begin{aligned}P_{xy} &= E[(X - \bar{x})(Y - \bar{y})^T] \\ &= E[XY^T] - \bar{x}\bar{y}^T\end{aligned}\quad \dots (2-7)$$

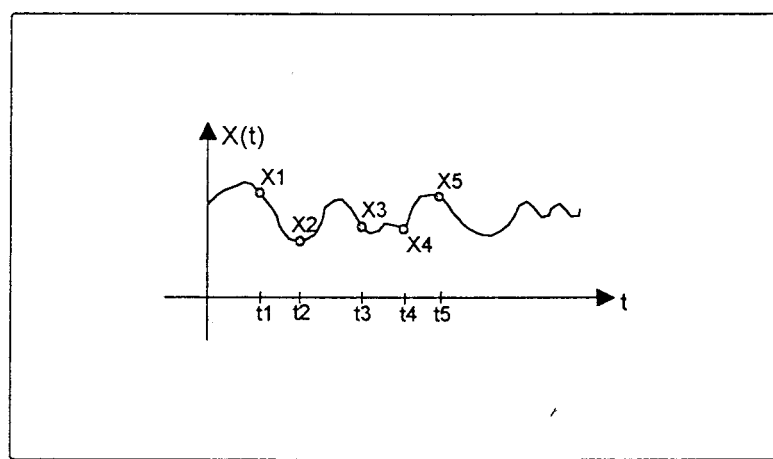
- ☐ Kovarian berharga positif bila nilai X yang besar berpadanan dengan nilai Y yang besar dan nilai X yang kecil berpadanan dengan nilai Y yang kecil.
- ☐ Kovarian berharga negatif bila nilai X yang kecil berpadanan dengan nilai Y yang besar atau sebaliknya.
- ☐ Kovarian berharga nol bila X dan Y bebas statistik yang disebut *orthogonal*.

II. 2. 2. 2. Proses Acak

Suatu proses disebut acak apabila hasil dari proses itu tidak dapat ditentukan dengan pasti untuk waktu tertentu sehingga proses acak ini hanya ditentukan dari besarnya nilai probabilitas dan terdapat variabel-variabel acak yang berasosiasi dengannya.

Selain sinyal acak dikenal pula sinyal deterministic yang merupakan sinyal yang dapat ditentukan besarnya pada suatu waktu tertentu dengan pasti sebagai contoh misalnya : $x(t) = 20 \sin 2\pi t$, yang merupakan gelombang sinus.

Untuk sinyal acak adalah merupakan sinyal yang mempunyai proses acak sehingga besarnya tidak dapat ditentukan dengan pasti pada suatu waktu tertentu. Sebagai contoh sinyal $x(t) = 20 \sin (2\pi t + \theta)$ dimana θ adalah variabel acak yang terdistribusi merata antara interval 0 sampai 2π .



Gambar 2.3.
Gambaran Sinyal Acak

Pengklasifikasi dari proses acak adalah sebagai berikut :

- Proses Acak dengan state kontinyu dan waktu kontinyu.

- Proses Acak dengan state kontinu dan waktu diskrit.
- Proses Acak dengan state diskrit dan waktu kontinyu.
- Proses Acak dengan state diskrit dan waktu diskrit.

Proses acak dengan state kontinyu dan waktu kontinyu merupakan proses acak yang mempunyai variabel acak kontinyu dan untuk waktu yang kontinyu atau pengamatan yang dilakukan terus menerus. Untuk dapat membuat perkiraan probabilistik terhadap suatu proses acak perlu mengetahui fungsi distribusi gabungan dari semua variabel acak yang membentuk proses tersebut.

II. 2. 2. 3. Derau Putih (White Noise)

Derau putih dikenal sebagai salah satu jenis gangguan yang timbul didalam suatu proses yang acak. Dalam kenyataanya gangguan jenis ini tidak pernah dijumpai. Istilah " putih " diambil dari optik dimana sinar putih adalah sinar yang mengandung semua frekuensi nyata.

Untuk memudahkan didalam analisa persoalan matematis, karakteristik gangguan di alam ini dinyatakan sebagai derau putih. Derau putih ini mempunyai fungsi korelasi diri (autocorrelation) yang dinyatakan dalam bentuk :

$$R_{NN}(\tau) = N_0 \delta(\tau) \quad \dots (2-8)$$

dimana : N_0 adalah sebuah matrik konstan

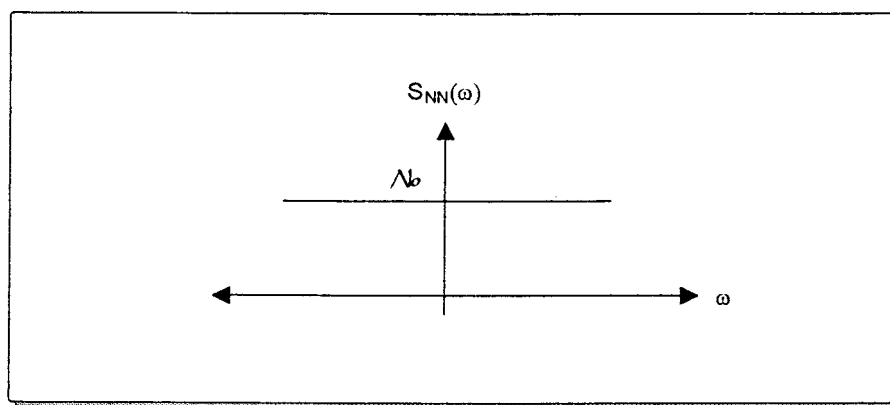
$$\delta(\tau) \text{ (fungsi delta-dirac)} = \begin{cases} 0 & , \tau \neq 0 \\ \infty & , \tau = 0 \end{cases}$$

τ adalah selang waktu

$$R(t) = E [X(t+\tau) X^T(t)]$$

Sedang fungsi kerapatan spektral (spektral density) dari derau putih adalah transformasi fourier dari fungsi korelasi diri dari $R_{NN}(\tau)$, yaitu

$$\begin{aligned} S_{NN}(\omega) &= \mathcal{F} [R_{NN}(\tau)] \\ &= \mathcal{F} [N_0 \delta(\tau)] \\ &= N_0 \end{aligned}$$



Gambar 2.4.
Spektrum Kerapatan Daya Derau Putih

Sehingga derau putih didefinisikan sebagai sebuah proses acak yang stasioner yang mempunyai spektrum kerapatan daya yang konstan pada semua frekuensi.

II. 2. 3. Filter Rekursif

Filter rekursif adalah merupakan suatu filter yang tidak memerlukan penyimpanan data-data pengukuran terdahulu untuk digunakan sebagai perhitungan estimasi yang akan datang. Data hasil pengukuran tahap terakhir diperlukan langsung untuk pengukuran satu tahap selanjutnya, dan setelah itu data tersebut tidak diperlukan lagi untuk tahap-tahap selanjutnya. Jadi disini yang diperlukan hanya data terakhir dari pengukuran.

Berikut akan ditunjukkan prosedur perhitungan yang sederhana dimana masing-masing estimasi terbaru dibentuk sebagai sebuah gabungan dari estimasi terakhir dan pengukuran sekarang, untuk jelasnya ikuti algoritma sebagai berikut:

1. Pengukuran pertama z_1 :

✓ hitung estimasi sebagai : $\hat{m}_1 = z_1$.

✓ simpan \hat{m}_1 dan buang z_1

2. Pengukuran kedua z_2 :

✓ hitung estimasi sebagai bobot jumlah dari estimasi

sebelumnya \hat{m}_1 dan pengukuran terbaru z_2 dengan :

$$\hat{m}_2 = \frac{1}{2}\hat{m}_1 + \frac{1}{2}z_2$$

✓ simpan \hat{m}_2 dan buang z_2 dan \hat{m}_1

3. Pengukuran ketiga z_3 :

✓ hitung estimasi sebagai bobot jumlah dari \hat{m}_2 dan z_3 :

$$\hat{m}_3 = \frac{2}{3}\hat{m}_2 + \frac{1}{3}z_3$$

✓ simpan \hat{m}_3 dan buang z_3 dan \hat{m}_2

4. Dan seterusnya, akan didapatkan bahwa pada langkah ke-n bobot jumlah adalah sebagai berikut :

$$\hat{m}_n = \left(\frac{n-1}{n}\right)\hat{m}_{n-1} + \left(\frac{1}{n}\right)z_n$$

Sebagai contoh sederhana adalah persoalan estimasi suatu konstanta x , skalar dan tidak acak. Berdasarkan suatu pengukuran z_i yang mengandung derau dapat dituliskan sebagai :

$$z_i = x_i + v_i ; i = 1, 2, 3, \dots, k \quad \dots (2-9)$$

Disini v_i mewakili derau pengukuran yang diasumsikan disini sebagai derau putih. Estimasi \hat{x}_k dihasilkan dengan mencari harga rata-rata hasil pengukuran, yakni :

$$\hat{x}_k = \frac{1}{k} \sum_{i=1}^k z_i \quad \dots (2-10)$$

atau

$$\hat{x}_{k+1} = \frac{1}{k+1} \sum_{i=1}^{k+1} z_i \quad \dots (2-11)$$

Persamaan tersebut dimanipulasi menjadi :

$$\hat{x}_{k+1} = \frac{1}{k+1} \left(\frac{1}{k} \sum_{i=1}^k z_i \right) + \frac{1}{k+1} z_{k+1} \quad \dots (2-12)$$

$$x_{k+1} = \frac{1}{k+1} \hat{x}_k + \frac{1}{k+1} z_{k+1} \quad \dots (2-13)$$

atau dapat dituliskan dalam bentuk alternatif yang lain :

$$x_{k+1} = x_k + \frac{1}{k+1} (z_{k+1} - \hat{x}_k) \quad \dots (2-14)$$

Dari persamaan (2-13) dan (2-14) terlihat jelas bahwa sesungguhnya data-data pengukuran sistem tidak diperlukan lagi. yang diperlukan hanyalah data terakhir dan estimasi terakhir.

Dalam contoh sederhana diatas, kita bekerja dengan bilangan skalar. Konsep ini secara umum dapat digunakan untuk suatu sisitem dengan besaran vektor. Ambil contoh suatu sistem diskrit yang keadaanya pada suatu saat t_k dinyatakan sebagai x_k adalah :

$$x_k = \Phi_{k-1} x_{k-1} + w_{k-1} \quad \dots (2-15)$$

dengan :

Φ_{k-1} = matrik transisi keadaan sistem

w_{k-1} = vektor matrik gangguan sistem (*white sequence*) dengan kovarian Q_k dan nilai rata-rata nol

Pengukuran diambil sebagai kombinasi linier dari variabel-variabel keadaan sistem, yang mengandung derau yang secara tidak langsung berkorelasi dengan sistem. Pengukuran sistem dituliskan dalam bentuk matrik vektor sebagai berikut :

$$z_k = H_k x_k + v_k \quad \dots (2-16)$$

dimana :

z_k = pengukuran pada saat t_k

H_k = matrik pengukuran pada saat t_k

v_k = vektor derau dari pengukuran dengan kovarian R_k dan nilai rata-rata nol.

Estimasi keadaan sistem sesaat sebelum t_k dituliskan \hat{x}_{k-1} , diketahui atau diberikan.

Kemudian akan dicari estimasi keadaan sistem sesaat setelah t_k , yaitu \hat{x}_k , dengan menggunakan pengukuran z_k . Dalam bentuk rekursif diperoleh :

$$\hat{x}_k = K'_k \hat{x}_{k-1} + K_k z_k \quad \dots (2-17)$$

dimana K'_k dan K_k adalah matrik bobot yang berubah terhadap waktu. Persamaan ini adalah persamaan rekursif untuk estimasi keadaan sistem.

II. 3. FILTER KALMAN DISKRIT

Proses acak yang akan diestimasi dapat dimodelkan dalam bentuk sistem diskrit sebagai berikut :

$$x_{k+1} = A_k x_k + B_k u_k + w_k \quad \dots (2-18)$$

dan pengukuran dari proses yang terjadi dalam sistem diskrit dinyatakan sebagai :

$$z_k = H_k x_k + v_k \quad \dots (2-19)$$

dengan :

x_k = vektor variabel keadaan proses pada t_k

z_k = vektor pengukuran pada t_k

u_k = vektor variabel masukan

w_k = vektor variabel gangguan sistem

v_k = vektor variabel gangguan pengukuran

H_k = matrik pengukuran

A_k = matrik variabel keadaan

B_k = matrik gangguan

yang diasumsikan sebagai sebuah urutan putih dengan diketahuinya struktur kovarian dan mempunyai korelasi silang nol urutan w_k

Sedang matrik kovarian untuk vektor w_k dan v_k diberikan sebagai :

$$E[w_k w_k^T] = Q_k$$

$$E[v_k v_k^T] = R_k$$

$$E[w_k v_k^T] = 0 \quad \dots (2-20)$$

Estimasi keadaan sistem yang terdahulu akan ditunjukkan sebagai \hat{x}_k , sehingga kesalahan estimasi dapat dirumuskan sebagai :

$$e_k = x_k - \hat{x}_k \quad \dots (2-21)$$

Matrik kovarian kesalahan berdasarkan definisi adalah :

$$\begin{aligned} P_k &= E[e_k e_k^T] \\ &= E[(x_k - \hat{x}_k)(x_k - \hat{x}_k)^T] \quad \dots (2-22) \end{aligned}$$

Dengan memulai masalah estimasi dengan tanpa pengukuran terdahulu, sehingga apabila mean proses adalah nol, estimasi awal adalah nol dan matrik kovarian error dibentuk adalah hanya dari matrik kovarian dari x itu sendiri.

Dengan penentuan dari harga estimasi \hat{x}_k terdahulu, kita sekarang mencoba untuk menggunakan pengukuran z_k untuk memperbaiki estimasi terdahulu, dengan persamaan :

$$\hat{x}_k = \hat{x}_{k-1} + K'_k(z_k - H_k \hat{x}_{k-1}) \quad \dots (2-23)$$

dengan :

\hat{x}_k = estimasi terbaru

K_k = faktor penggabung

Sekarang perlu untuk menghitung faktor K_k sehingga hasil estimasi yang terbaru mendapatkan hasil yang optimal. Untuk itu akan dibentuk matrik kovarian kesalahan sesuai persamaan (2-22) dengan menggunakan estimasi yang terbaru :

$$P_k = E[e_k e_k^T] = E[(x_k - \hat{x}_k)(x_k - \hat{x}_k)^T] \quad \dots (2-24)$$

selanjutnya substitusikan persamaan (2-19) dan (2-23) dan hasilnya disubstitusikan ke persamaan (2-24) sehingga hasilnya menjadi :

$$P_k = E\{[(x_k - \hat{x}_{k-1}) - K_k(H_k x_k + v_k - H_k \hat{x}_{k-1})]^T [(x_k - \hat{x}_{k-1}) - K_k(H_k x_k + v_k - H_k \hat{x}_{k-1})]^T\} \quad \dots (2-25)$$

Dari definisi,

$$E\{e_k e_k^T\} = P_k \quad \dots (2-26)$$

$$E\{v_k v_k^T\} = R_k \quad \dots (2-27)$$

dan karena kesalahan estimasi tidak berkorelasi dengan noise pengukuran maka :

$$E\{e_k v_k^T\} = E\{v_k e_k^T\} = 0 \quad \dots (2-28)$$

Dengan demikian didapatkan matrik kovarian kesalahan P_k sebagai berikut :

$$P_k = (I - K_k H_k) P_{k-1} (I - K_k H_k)^T + K_k R_k K_k^T \quad \dots (2-29)$$

Langkah selanjutnya adalah bagaimana memilih K_k yang menghasilkan minimisasi elemen-elemen diagonal matrik kesalahan P_k , sebab P_k merupakan varian kesalahan estimasi dari elemen dari vektor keadaan yang akan diestimasi. Hal ini sama dengan meminimisasi fungsi bobot J_k , dimana J_k dipilih sebagai berikut :

$$J_k = E\{e_k^T S e_k\} \quad \dots (2-30)$$

dengan S adalah suatu matrik semi-definit positif, dalam hal ini diambil $S = 1$, sehingga dari persamaan (2-30) didapatkan persamaan sebagai berikut :

$$J_k = \text{trace}[P_k] \quad \dots (2-31)$$

Minimisasi besaran skalar fungsi harga ini adalah dengan cara :

$$\frac{\partial J_k}{\partial K_k} = 0 \quad \dots (2-32)$$

yaitu turunan parsial J_k terhadap K_k . Hal ini akan memberikan harga K_k yang optimum untuk memperoleh harga J_k minimum. Untuk menyelesaikan persamaan ini, maka digunakan formula berikut, dimana matrik B adalah simetris, sehingga berlaku :

$$\frac{\partial [\text{trace}(ABA^T)]}{\partial K_k} = 2AB \quad \dots (2-33)$$

dari persamaan - persamaan diatas (2-29), (2-31), (2-32), dan (2-33) didapatkan hasil sebagai berikut :

$$\frac{\partial[\text{trace}(P)]}{\partial K} = -2(HP^-)^T + 2K(HP^-H^T + R) \quad \dots (2-34)$$

Hasil persamaan diatas selanjutnya disamakan dengan nol untuk mendapatkan gain K yang optimal dan diperoleh :

$$K_k = P_k^- H_k^T (H_k P_k^- H_k^T + R_k)^{-1} \quad \dots (2-35)$$

K_k inilah yang selanjutnya dikenal sebagai *Matrik Penguat Kalman*.

Bentuk matrik kovarian kesalahan dapat disederhanakan dengan penurunan persamaan sebagai berikut :

$$\begin{aligned} P_k &= (I - K_k H_k) P_k^- (I - K_k H_k)^T + K_k R_k K_k^T \\ &= P_k^- - K_k H_k P_k^- - P_k^- H_k^T K_k^T + K_k (H_k P_k^- H_k^T + R_k) K_k^T \end{aligned} \quad \dots (2-36)$$

Dengan mensubstitusikan persamaan (2-35) yang merupakan harga K_k yang optimal ke persamaan (2-36) didapatkan :

$$P_k = P_k^- - P_k^- H_k^T (H_k P_k^- H_k^T + R_k)^{-1} H_k P_k^- \quad \dots (2-37)$$

atau

$$P_k = P_k^- - K_k (H_k P_k^- H_k^T + R_k) K_k^T \quad \dots (2-38)$$

atau

$$P_k = (I - K_k H_k) P_k^- \quad \dots (2-39)$$

Untuk menentukan \hat{x}_{k+1} yang merupakan proyeksi kedepan dari \hat{x}_k dapat dituliskan sebagai berikut :

$$\hat{x}_{k+1} = \Phi_k \hat{x}_k \quad \dots (2-40)$$

Sehingga kesalahan estimasi dapat dituliskan sebagai berikut :

$$\begin{aligned} e_{k+1} &= x_{k+1} - \hat{x}_{k+1} \\ &= (\Phi_k x_k + w_k) - \Phi_k \hat{x}_k \\ &= \Phi_k e_k + w_k \end{aligned} \quad \dots (2-41)$$

Karena w_k dan e_k mempunyai korelasi silang sama dengan nol, maka kita dapat menentukan :

$$\begin{aligned} P_{k+1} &= E[e_{k+1} e_{k+1}^T] \\ &= E[(\Phi_k e_k + w_k)(\Phi_k e_k + w_k)^T] \\ &= \Phi_k P_k \Phi_k^T + Q_k \end{aligned} \quad \dots (2-42)$$

Untuk lebih jelasnya persamaan-persamaan dari Filter Kalman Diskrit dapat dilihat pada Tabel 2-1. dan Tabel 2-2.

II. 4. FILTER KALMAN KONTINYU

Untuk Filter Kalman Kontinyu dapat diperoleh dengan melakukan transisi bentuk diskrit ke kontinyu. Pertama kita asumsikan model-model proses dan pengukuran yang masing-masing dapat dituliskan dalam bentuk :

$$\dot{x}(t) = Fx(t) + Gw(t) \quad \dots (2-43)$$

$$z(t) = Hx(t) + v(t) \quad \dots (2-44)$$

dimana :

$$E\{w(t)w^T(\tau) = Q\delta(t - \tau) \quad \dots (2-45)$$

$$E\{v(t)v^T(\tau)\} = R\delta(t - \tau) \quad \dots (2-46)$$

$$E\{w(t)v^T(\tau)\} = 0 \quad \dots (2-47)$$

Vektor matrik F, G dan H mungkin juga berubah terhadap waktu. Persamaan-persamaan (2-45) sampai (2-47) menyatakan bahwa $w(t)$ dan $v(t)$, yakni masukan gangguan proses dan derau pengukuran, merupakan proses-proses derau putih (white noise) yang tidak saling berkorelasi. Matrik Q dan R memainkan peranan yang sama seperti Q_k dan R_k dalam Filter Kalman Diskrit, tetapi tidak memiliki nilai numerik yang sama. Hubungan antara parameter-parameter Filter Kalman Diskrit dan Filter Kalman Kontinu yang berkaitan akan diturunkan berikut ini.

Tabel 2-1.
Perumusan Pengukuran dan Waktu Terbaru Filter Kalman Diskrit

Model Sistem Diskrit :

$$x_{k+1} = A_k x_k + B_k u_k + w_k$$

$$z_k = H_k x_k + v_k$$

$$x_0 \sim (x_0, P_0), w_k \sim (0, Q), v \sim (0, R)$$

Asumsi :

w_k dan v_k adalah derau putih (white noise) yang masing - masing tidak berkorelasi dan juga dengan x_0

Estimasi Awal :

$$\hat{x}_0 = \bar{x}_0$$

Waktu Terbaru :

$$\text{Galat Kovarian : } P_{k+1}^- = \Phi_k P_k \Phi_k^T + Q_k$$

$$\text{Estimasi Terbaru : } \hat{x}_{k+1}^- = \Phi_k \hat{x}_k$$

Pengukuran Terbaru :

$$\text{Galat Kovarian : } P_{k+1} = P_{k+1}^- - P_k^- - H_k^T R_k^{-1} (z_{k+1} - H_k \hat{x}_{k+1}^-)$$

Tabel 2-2.
Persamaan Rekursif untuk Pengukuran Terbaru Filter Kalman Diskrit

Penguat Kalman :	$K_{k+1} = P_{k+1}^- H^T (H P_{k+1}^- H^T + R)^{-1}$
Estimasi :	$\hat{x}_{k+1} = \hat{x}_{k+1}^- + K_{k+1} (z_{k+1} - H \hat{x}_{k+1}^-)$
Galat Kovarian :	$P_{k+1} = (I - K_{k+1} P) P_{k+1}^-$

Matrik Q_k dan R_k untuk Filter Kalman Diskrit dapat dituliskan kembali :

$$Q_k = E\{w_k w_k^T\} \quad \dots (2-48)$$

$$R_k = E\{v_k v_k^T\} \quad \dots (2-49)$$

Untuk mengubah ke bentuk kontinyu, kita turunkan hubungan antara Q_k dan R_k dengan Q dan R untuk suatu selang Δt yang kecil. Pertama-tama kita perhatikan dulu untuk Q_k .

Jika persamaan (2-48) diturunkan maka akan didapatkan :

$$\begin{aligned} Q_k &= E\{w_k w_k^T\} \\ &= E\left\{ \left[\int_{t_k}^{t_{k+1}} \Phi(t_{k+1}, u) G(u) w(u) du \right] \left[\int_{t_k}^{t_{k+1}} \Phi(t_{k+1}, v) G(v) w(v) dv \right]^T \right\} \\ &= \int_{t_k}^{t_{k+1}} \int_{t_k}^{t_{k+1}} \Phi(t_{k+1}, u) G(u) E\{w(u) w^T(v)\} G^T(v) \Phi^T(t_{k+1}, v) du dv \quad \dots (2-50) \end{aligned}$$

Untuk suatu Δt yang sangat kecil, maka dapat kita ambil $\Phi = I$. Sehingga persamaan (2-50) menjadi :

$$Q_k = \iint_{\Delta t \text{ kecil}} G(u) E\{w(u) w^T(v)\} G^T(v) du dv \quad \dots (2-51)$$

Lalu substitusikan persamaan (2-45), dan integrasi terhadap daerah Δt yang kecil akan didapat :

$$Q_k = GQG^T \Delta t \quad \dots (2-52)$$

Penurunan dari persamaan yang menghubungkan R_k dan R dilakukan melalui hubungan persamaan pengukuran sistem yang diskrit dan kontinyu. Dalam persamaan (2-44), $v(t)$ adalah derau putih, sedangkan $x(t)$ tidak. Dengan demikian $x(t)$ dapat didekati sebagai suatu konstanta dalam suatu interval. Hubungan z_k dan $z(t)$ dapat dilakukan sebagai :

$$\begin{aligned} z_k &= \frac{1}{\Delta t} \int_{t_{k-1}}^{t_k} z(t) dt \\ &= \frac{1}{\Delta t} \int_{t_{k-1}}^{t_k} [Hx(t) + v(t)] dt \\ &= Hx_k + \frac{1}{\Delta t} \int_{t_{k-1}}^{t_k} v(t) dt \end{aligned} \quad \dots (2-53)$$

Maka hubungan diskrit ke kontinyu dari v adalah :

$$v_k = \frac{1}{\Delta t} \int_{\Delta t} v(t) dt \quad \dots (2-54)$$

Dari persamaan (2-49) kita dapatkan :

$$\begin{aligned} R_k &= E\{v_k v_k^T\} \\ &= \frac{1}{\Delta t^2} \iint_{\Delta t} E\{v(u) v^T(v)\} du dv \end{aligned} \quad \dots (2-55)$$

Substitusikan persamaan (2-46) ke dalam persamaan (2-55), diperoleh :

$$\begin{aligned} R_k &= \frac{R}{\Delta t^2} \iint_{\Delta t} R \delta(u - v) du dv \\ &= \frac{R}{\Delta t^2} \iint_{\Delta t} \delta(u - v) du dv \end{aligned}$$

$$= \frac{R}{\Delta t} \quad \dots (2-56)$$

Langkah selanjutnya yang kita lakukan adalah menurunkan persamaan Penguat Kalman untuk sistem yang kontinyu melalui hubungan persamaan yang telah kita peroleh sebelumnya. Kita mulai dengan menuliskan kembali Penguat Kalman untuk sistem diskrit, yaitu :

$$K_k = P_k^- H_k^T [H_k P_k^- H_k^T + R_k]^{-1} \quad \dots (2-57)$$

Masukkan persamaan (2-56), diperoleh :

$$K_k = P_k^- H_k^T [H_k P_k^- H_k^T + \frac{R}{\Delta t}]^{-1} \quad \dots (2-58)$$

Karena Δt sangat kecil maka :

$$\frac{R}{\Delta t} \gg H_k P_k^- H_k^T$$

Sehingga persamaan (2-58) menjadi :

$$K_k = P_k^- H_k^T R^{-1} \Delta t \quad \dots (2-59)$$

Untuk Δt mendekati 0 maka tanda (-) dapat dihilangkan sehingga persamaan (2-59) dapat ditulis sebagai berikut :

$$K_k = (P H^T R^{-1}) \Delta t \quad \dots (2-60)$$

Kita definisikan Penguat Kalman Kontinyu sebagai koefisien dari Δt dari persamaan (2-60) yaitu :

$$K \triangleq P H^T R^{-1} \quad \dots (2-61)$$

Selanjutnya kita akan menurunkan persamaan kovarian kesalahan untuk suatu sistem kontinu berdasarkan persamaan (2-39) dan (2-42) dari Filter Kalman Diskrit.

$$\begin{aligned}
 P_{k+1}^- &= \Phi_k P_k \Phi_k^T + Q_k \\
 &= \Phi_k (I - K_k H_k) P_k^- \Phi_k^T + Q_k \\
 &= \Phi_k P_k^- \Phi_k^T - \Phi_k K_k H_k P_k^- \Phi_k^T + Q_k
 \end{aligned}
 \dots (2-62)$$

Sekarang Φ_k kita ganti dengan pendekatan sebagai $I + F\Delta t$ demikian juga K_k disubstitusikan dari persamaan (2-59). Hasil substitusi ke persamaan (2-62) akan terdiri dari suku-suku mengandung perkalian dengan Δt yang kecil sekali. Dengan demikian persamaan (2-62) jika diturunkan akan menjadi :

$$P_{k+1}^- = P_k^- + F P_k^- \Delta t + P_k^- F^T \Delta t - K_k H_k P_k^- + Q_k \dots (2-63)$$

Masukkan persamaan (2-52) untuk menggantikan Q_k dan persamaan (2-59) untuk menggantikan K_k , maka :

$$\frac{P_{k+1}^- - P_k^-}{\Delta t} = F P_k^- + P_k^- F^T - P_k^- H^T R^{-1} H_k P_k^- + G Q G^T \dots (2-64)$$

Untuk sistem kontinu, yaitu ambil unit Δt mendekati 0, maka persamaan (2-64) menjadi persamaan diferensial matriks

$$\dot{P} = F P + P F^T - P H^T R^{-1} H P + G Q G^T \dots (2-65)$$

$$P(0) = P_0$$

Selanjutnya untuk menurunkan persamaan estimasi keadaan sistem kontinu, kita tuliskan kembali persamaan estimasi keadaan untuk sistem diskrit, yaitu :

$$\hat{x}_k = \hat{x}_k^- + K_k (z_k - H_k \hat{x}_k^-) \dots (2-66)$$

dengan : $\hat{x}_k^- = \Phi_{k-1} \hat{x}_{k-1}$

sehingga :

$$\hat{x}_k = \Phi_{k-1} \hat{x}_{k-1} + K_k (z_k - H_k \Phi_{k-1} \hat{x}_{k-1}) \quad \dots (2-67)$$

Sekali lagi Φ kita ganti dengan $I + F\Delta t$ dan $K_k = K \Delta t$. Dengan mengabaikan perkalian dengan Δt orde 2 dan orde 3 (dianggap = 0), maka diperoleh hubungan :

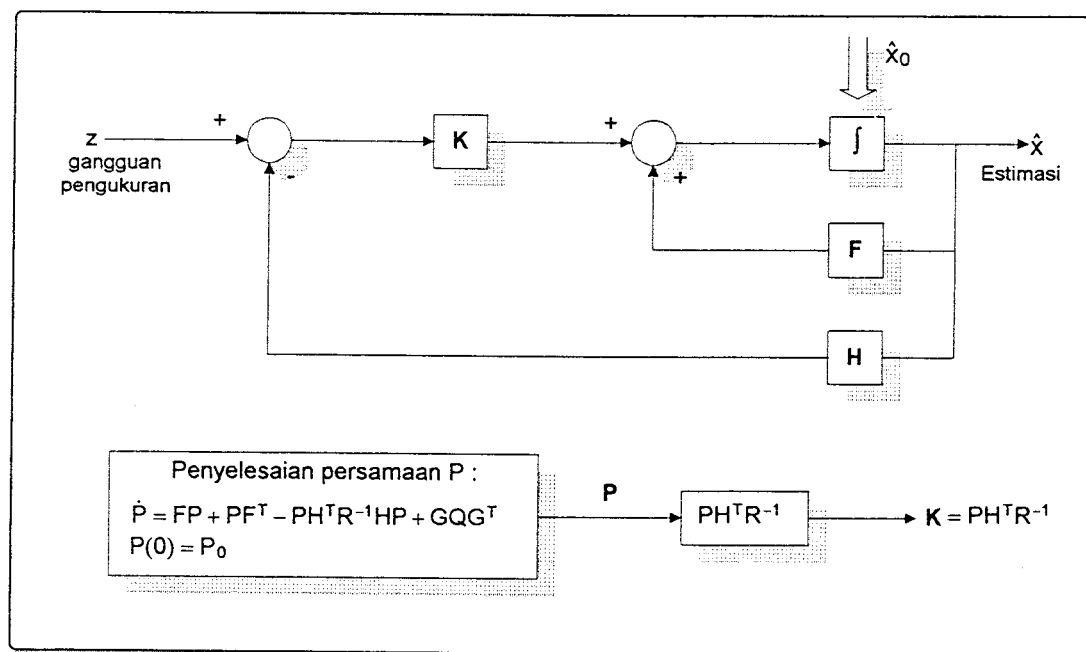
$$\hat{x}_k - \hat{x}_{k-1} = F\hat{x}_{k-1}\Delta t + K\Delta t(z_k - H_k\hat{x}_{k-1}) \quad \dots (2-68)$$

Limit Δt mendekati 0, akan menghasilkan persamaan diferensial keadaan :

$$\dot{\hat{x}} = F\hat{x} + K(z - H\hat{x}) \quad \dots (2-69)$$

Persamaan-persamaan (2-61), (2-65) dan (2-69) merupakan persamaan-persamaan Filter Kalman Kontinyu, dan ini disimpulkan pada Gambar 2.5.

Secara teoritis persamaan diferensial untuk P dapat diselesaikan secara off-line. Akan tetapi persamaan utamanya yaitu \hat{x} harus diselesaikan secara on-line, karena $z(t)$ yaitu pengukuran noise, merupakan input dari persamaan diferensial tersebut yang diperoleh secara on-line.



Gambar 2.5.
Blok diagram dari Filter Kalman Kontinyu

Perhatikan bahwa persamaan kovarian kesalahan P harus diselesaikan untuk dapat memperoleh penguat K . Persamaan diferensial kovarian kesalahan ini adalah non-linear dikarenakan bentuk $PH^T R^{-1}HP$. Persamaan diferensial matrik ini dikenal dengan nama matrik Riccati.

II. 5. DISKRITISASI SISTEM KONTINYU

Misalkan sistem yang hendak diukur dinyatakan dengan persamaan keadaan :

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t) + Gw(t) \quad \dots (2-70)$$

dimana kondisi awal $x(0) \sim (x_0, P_0)$, dan $w(t) \sim (0, Q)$ adalah proses derau putih yang tidak berkorelasi dengan $x(0)$. Mikroprosesor yang digunakan pada pengukuran misalkan mencuplik (sampel) masukan $u(t)$ serta pengukuran z setiap T detik. Kita dapat menerapkan Filter Kalman Diskrit pada proses yang kontinyu ini dengan terlebih dahulu mendiskritkan sistem yang kontinyu tersebut. Untuk itu kita mulai dengan menuliskan solusi dari persamaan (2-70) yaitu :

$$x(t) = e^{A(t-t_0)} x(t_0) + \int_{t_0}^t e^{A(t-\tau)} Bu(\tau) d\tau + \int_{t_0}^t e^{A(t-\tau)} Gw(\tau) d\tau \quad \dots (2-71)$$

Untuk menggambarkan propogasi keadaan diantara tiap cuplikan maka kita definisikan $t_0 = kT$ dan $t = (k+1)T$, untuk setiap $k = 0, 1, 2, \dots$. Dengan demikian persamaan (2-71) akan menjadi :

$$x_{k+1} = e^{AT} x_k + \int_{kT}^{(k+1)T} e^{A[(k+1)T-\tau]} Bu(\tau) d\tau + \int_{kT}^{(k+1)T} e^{A[(k+1)T-\tau]} Gw(\tau) d\tau \quad \dots (2-72)$$

Dengan menganggap bahwa $u(t)$ dibentuk dari deretan diskrit u_k dengan menggunakan zero-order hold, maka $u(\tau)$ memiliki nilai yang konstan, yaitu $u(kT) = u_k$, didalam selang integrasi.

Suku terakhir dari persamaan (2-72) didefinisikan sebagai :

$$w_k = \int_{kT}^{(k+1)T} e^{A[(k+1)T-\tau]} Gw(\tau) d\tau \quad \dots (2-73)$$

dengan demikian persamaan (2-72) menjadi :

$$x_{k+1} = e^{AT} x_k + \int_{kT}^{(k+1)T} e^{A[(k+1)T-\tau]} B d\tau \cdot u_k + w_k \quad \dots (2-74)$$

Dengan dua kali pengubahan variabel - variabel ($\lambda = \tau - kT$ dan $\tau = T - \lambda$) maka diperoleh

$$x_{k+1} = e^{AT} x_k + \int_0^T e^{A^T B} d\tau \cdot u_k + w_k \quad \dots (2-75)$$

Bentuk ini merupakan bentuk diskrit dari persamaan (2-70) yang dapat kita tuliskan sebagai :

$$x_{k+1} = A^s x_k + B^s u_k + w_k \quad \dots (2-76)$$

dimana :

$$A^s = e^{AT} \quad \dots (2-77)$$

$$B^s = \int_0^T e^{A^T B} d\tau \quad \dots (2-78)$$

Untuk mendapatkan kovarian Q^s dari w_k dalam bentuk fungsi terhadap Q , kita tuliskan sebagai :

$$Q^s = \overline{w_k \cdot w_k'}$$

$$= \int_{kT}^{(k+1)T} \int e^{A[(k+1)T-\tau]} G \overline{w_k(\tau)w_k(\sigma)'} G' e^{A'[(k+1)T-\sigma]} d\tau d\sigma \quad \dots (2-79)$$

Tetapi kita ketahui bahwa

$$\overline{w(\tau)w(\sigma)'} = Q\delta(\tau - \sigma)$$

sehingga persamaan (2-79) selanjutnya menjadi :

$$Q^s = \int_{kT}^{(k+1)T} e^{A[(k+1)T-\tau]} G Q G' e^{A'[(k+1)T-\tau]} d\tau \quad \dots (2-80)$$

Dengan dua kali pengubahan variabel seperti diatas, maka diperoleh :

$$Q^s = \int_0^T e^{A\tau} G Q G' e^{A'\tau} d\tau \quad \dots (2-81)$$

Persamaan (2-77), (2-78) dan (2-81) dapat diturunkan kebentuk deret seperti dibawah ini, dengan menuliskan beberapa suku deret pertama, yakni :

$$A^s = 1 + AT + \frac{A^2T^2}{2!} + \dots \quad \dots (2-82)$$

$$B^s = BT + \frac{ABT^2}{2!} + \dots \quad \dots (2-83)$$

$$Q^s = GQG'T + \frac{(AGQG' + GQG'A')T^2}{2!} + \dots \quad \dots (2-84)$$

Perlu dicatat bahwa sampel tidak turut mempengaruhi informasi awal x_0 dan P_0 . Juga dalam menuliskan persamaan-persamaan diatas, simbol (') digunakan untuk menyatakan matrik tranpose. Tidak digunakannya simbol T adalah untuk membedakan dengan periode sampel T.

Selanjutnya dengan menggunakan harga A^s , B^s dan Q^s diatas, pengamatan sistem dapat dilakukan dengan menggunakan teknik Filter Kalman Diskrit.

II. 6. FILTER KALMAN ADAPTIF

Pada Filter Kalman diasumsikan bahwa semua parameter proses seperti : F_K , H_K , R_K dan Q_K diketahui. Semua dapat berubah sesuai dengan perubahan waktu, sehingga wujud perubahan dari parameter akan diketahui, tetapi ada beberapa parameter yang diharapkan dapat berubah sesuai waktu, tapi wujud dari hasil perubahan tidak dapat diramalkan sehingga dibutuhkan suatu filter yang dapat Self - learning, sehingga dapat menyesuaikan diri dengan situasi, Jadi dapat dinyatakan disini bahwa Filter Kalman Adaptif (*Self Learning Kalman Filter*) adalah Filter Kalman yang digunakan untuk sistem-sistem yang parameter proses dan koefisien sistemnya tidak dapat atau sulit dideteksi.

Dimulai dengan pernyataan sederhana bahwa estimator yang diharapkan adalah merupakan rata-rata bersyarat yang diberikan oleh persamaan sebagai berikut

$$\hat{x}_k = \int x p(x|z_k^*) dx \quad \dots (2-85)$$

dengan :

$p(x/z_k^*)$ adalah fungsi kerapatan probabilitas x_k dengan syarat z_k^*

z_k^* adalah semua pengukuran sampai waktu t_k (z_1, z_2, \dots, z_k).

Beberapa parameter proses yang tidak diketahui disini adalah dilambangkan dengan konstanta α yang merupakan variabel acak. Dengan menggabungkan α dengan fungsi kerapatan probabilitas sehingga menjadi kerapatan gabungan sehingga persamaan (2-85) dapat ditulis kembali menjadi :

$$\hat{x}_k = \int x \int_{\alpha} p(x, \alpha | z_k^*) d\alpha dx \quad \dots (2-86)$$

dan kerapatan gabungan dari persamaan (2-86) dapat ditulis sebagai :

$$p(x, \alpha | z_k^*) = p(x|\alpha, z_k^*) p(\alpha|z_k^*) \quad \dots (2-87)$$

sehingga dengan mensubstitusikan persamaan (2-87) ke persamaan (2-86) didapatkan hasil sebagai berikut :

$$\hat{x}_k = \int_{\alpha} p(\alpha|z_k^*) \int_{\mathbf{x}} \mathbf{x} p(\mathbf{x}|\alpha, z_k^*) d\mathbf{x} d\alpha \quad \dots (2-88)$$

atau dapat ditulis :

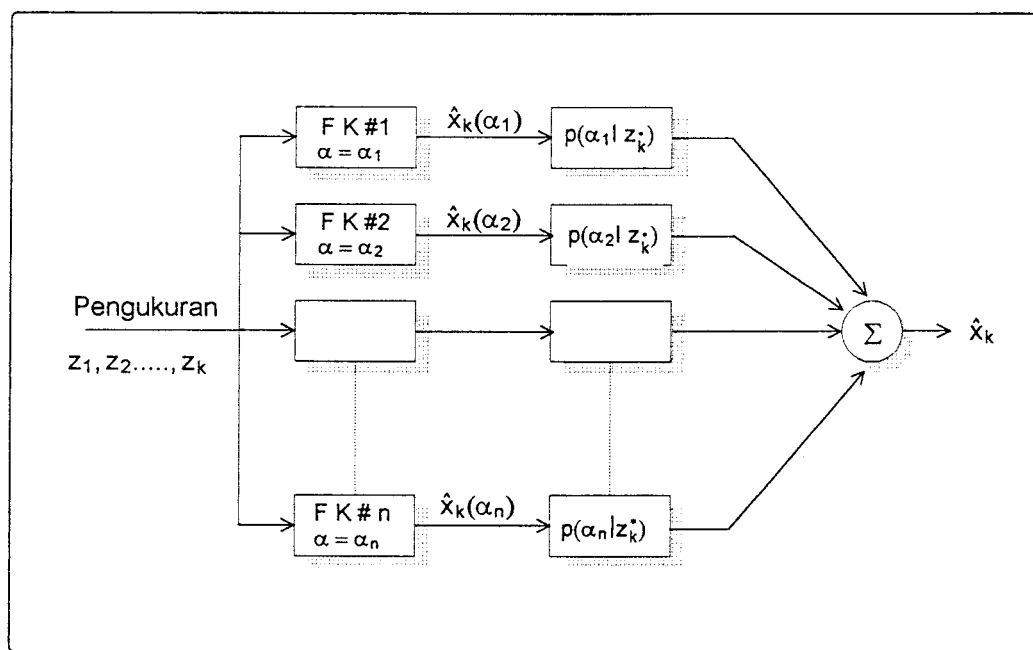
$$\hat{x}_k = \int_{\alpha} \hat{x}(\alpha) p(\alpha|z_k^*) d\alpha \quad \dots (2-89)$$

sehingga dalam bentuk diskrit persamaan (2-89) dapat ditulis menjadi :

$$\hat{x}_k = \sum_{i=1} \hat{x}_k(\alpha_i) p(\alpha_i|z_k^*) \quad \dots (2-90)$$

dengan $p(\alpha_i|z_k^*)$ adalah probabilitas diskrit untuk α_i dengan syarat urutan pengukuran z_k^* .

Dari persamaan (2-90) dapat didefinisikan bahwa estimasi optimal adalah sebuah bobot jumlah dari estimasi Filter Kalman dengan masing - masing Filter Kalman beroperasi dengan sebuah nilai α yang tersendiri yang diperlihatkan oleh Gambar 2.6.



Gambar 2.6.
Bobot Jumlah Dari Estimasi Filter Kalman

Dengan menerapkan $p(\alpha_i|z_k^*)$ ke dalam *hukum Bayes* didapatkan :

$$p(\alpha_i|z_k^*) = \frac{p(z_k^*|\alpha_i)p(\alpha_i)}{p(z_k^*)} \quad \dots (2-91)$$

karena :

$$\begin{aligned} p(z_k^*) &= \sum_{j=1} p(z_k^*, \alpha_j) \\ &= \sum_{j=1} p(z_k^*|\alpha_j)p(\alpha_j) \end{aligned} \quad \dots (2-92)$$

Dengan mensubstitusikan persamaan (2-92) ke persamaan (2-91) didapat hasil sebagai berikut

$$p(\alpha_i|z_k^*) = \left[\frac{p(z_k^*|\alpha_i)p(\alpha_i)}{\sum_{j=1} p(z_k^*|\alpha_j)p(\alpha_j)} \right] i = 1, 2, \dots, n \quad \dots (2-93)$$

Dengan mengabaikan untuk sementara syarat α_i dari fungsi kerapatan bersyarat $p(z_k^*|\alpha_i)$ kita dapatkan :

$$\begin{aligned} p(z_k^*) &= p(z_k, z_{k-1}, \dots, z_0) \\ &= p(z_k, z_{k-1}, \dots, z_1|z_0)p(z_0) \\ &= p(z_k, z_{k-1}, \dots, z_2|z_1, z_0)p(z_1|z_0)p(z_0) \\ &= p(z_k|z_{k-1}, z_{k-2}, \dots, z_0)p(z_{k-1}|z_{k-2}, z_{k-3}, \dots, z_0)p(z_1|z_0)p(z_0) \end{aligned} \quad \dots (2-94)$$

atau persamaan (2-94) dapat ditulis kembali dalam bentuk :

$$p(z_k^*) = p(\hat{z}_k^-)p(z_{k-1}^*) \quad \dots (2-95)$$

Dengan mengasumsikan proses x dan z adalah Gaussian dan z_k^* merupakan urutan dari pengukuran skalar z_0, z_1, \dots, z_k dan mengembalikan syarat α_i maka persamaan (2-95) dapat ditulis menjadi :

$$p(z_k^*|\alpha_i) = \frac{1}{\sqrt{2\pi} \sqrt{H_k P_k^- H_k^T + R_k}} \exp \left[-\frac{1}{2} \frac{(z_k - H_k \hat{x}_k^-)^2}{(H_k P_k^- H_k^T + R_k)} \right] p(z_{k-1}^*|\alpha_i) \quad \dots (2-96)$$

Persamaan (2-96) adalah merupakan fungsi probabilitas dari skema Filter Kalman Adaptif.

BAB III

APLIKASI ALGORITMA FILTER KALMAN ADAPTIF UNTUK PERBAIKAN CACAT GELOMBANG PADA RELE JARAK DIGITAL

III. 1. PERMODELAN GELOMBANG

Bentuk gelombang arus dan tegangan pada keadaan setelah terjadinya gangguan (post fault) untuk frekuensi dasar (50 Hz) dapat dimodelkan sebagai berikut ¹ :

$$\begin{aligned} S &= \text{Re} \{ A * \exp[j (\omega t + \varphi)] \} \\ &= A \cos (\varphi) \cos (\omega t) - A \sin (\varphi) \sin (\omega t) \\ &= x_1 \cos (\omega t) - x_2 \sin (\omega t) \end{aligned} \quad \dots (3-1)$$

dimana :

φ = sudut awal, pada $t = 0$

ω = frekuensi, dan

A = amplitudo

Sinyal S dapat diperhitungkan sebagai sebuah vektor stasioner dengan sistem koordinat rotasi yang mempunyai frekuensi ω radian perdetik. Sehingga, variabel keadaan x_1 dan x_2 akan menjadi konstan. Sehingga ketika sistem terdiskrit, dinyatakan oleh :

$$X_{k+1} = X_k$$

¹ A.A. Girgis and David G. Hart, "Implementation Of Kalman And Adaptive Kalman Filtering Algorithms For Digital Distance Protection On A Vector Signal Processor", IEEE Trans. on Power Delivery, Vol .4, No.1, January 1989. hal 142.

Bentuk gelombang pada saat terjadinya gangguan akan mengandung frekuensi diluar frekuensi dasar (50 Hz) yang bersifat transien. Sehingga pengukurannya dapat dinyatakan sebagai² :

$$z = [\text{komponen frekuensi dasar}] + [\text{komponen frekuensi lain}]$$

Untuk tujuan filtering, bentuk gelombang transien ini dapat dimodelkan sebagai pengukuran derau. Sehingga pengukuran dapat dituliskan sebagai :

$$z_k = [\cos (w kT) \quad -\sin (w kT)] \begin{bmatrix} x1_k \\ x2_k \end{bmatrix} + v_k \quad \dots (3-2)$$

dimana :

k adalah jumlah sampling

T adalah periode sampling

v_k adalah model frekuensi transien

III. 1. 1. Model Gelombang Tegangan

Bentuk gelombang tegangan dapat dimodelkan sebagai berikut³ :

$$x_{k+1} = \Phi_k x_k \quad \dots (3-3)$$

$$\Phi_k = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \quad \dots (3-4)$$

Matrik kovarian ditentukan oleh :

$$R_k = K_v * \exp (-kT / T1) \quad \dots (3-5)$$

dengan:

² *Ibid*, hal 143.

³ *Ibid*, hal 143.

$$K_v = \text{kuadrat standar deviasi tegangan} \quad \dots (3-6)$$

$$T_1 = 1/2 * (L_1 * d) / (R_1 * d + R_f) \quad \dots (3-7)$$

dimana :

L_1 adalah induktansi urutan positif persatuan panjang

R_1 adalah resistansi urutan positif persatuan panjang

R_f adalah harapan rata-rata resistansi gangguan

d adalah setengah dari panjang saluran yang diamankan

$Q(k)$ = matrik nol

III. 1. 2. Model Gelombang Arus

Bentuk gelombang arus akan mempunyai tambahan untuk komponen steady state x_1 dan x_2 , sebuah penurunan komponen eksponensial oleh karena bentuk gelombang transien. Komponen ini mempunyai autokorelasi yang terbatas hal ini akan dianggap sebagai variabel keadaan yang ketiga, x_3 .

Sehingga bentuk gelombang arus dapat dimodelkan sebagai ⁴:

$$x_{k+1} = \Phi_k x_k \quad \dots (3-8)$$

dimana :

$$\Phi_k = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \exp(-BT) \end{bmatrix} \quad \dots (3-9)$$

dan $B = 1 / T_1$.

Matrik kovarian ditentukan oleh :

$$R_k = K_i * \exp(-kT / T_1) \quad \dots (3-10)$$

⁴ *Ibid*, hal 143.

dimana :

$$K_i = \text{kuadrat standar deviasi dari arus} \quad \dots (3-11)$$

$$Q(k) = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & q(3,3) \end{bmatrix} \quad \dots (3-12)$$

dimana

$P^-(0)$ dan $q(3,3)$ ditentukan secara imperis

III. 2. ALGORITMA FILTER KALMAN

Pada saat terjadi gangguan, bentuk gelombang tegangan dan arus akan mengalami gangguan, Banyak algoritma pengaman bertumpu pada komponen frekuensi dasar untuk menentukan apabila sebuah gangguan tidak berada dalam daerah pengamanan, karena itu disini perlu untuk mengestimasi komponen frekuensi dasar seakurat dan secepat mungkin. Filter Kalman adalah sebuah estimator rekursif yang akan digunakan untuk menentukan komponen dasar.

Disini diasumsikan bahwa variabel yang akan diestimasi telah ditempatkan dalam bentuk sebuah variabel keadaan yang ditulis sebagai :

$$x_{k+1} = \Phi_k x_k + w_k \quad \dots (3-13)$$

sementara pengukuran dituliskan sebagai :

$$z_k = H_k x_k + v_k \quad \dots (3-14)$$

dimana :

x_k = vektor variabel keadaan

Φ_k = matrik variabel keadaan

w_k = vektor gangguan

z_k = vektor pengukuran

H_k = matrik pengukuran

v_k = vektor gangguan pengukuran

Dengan menggunakan pengukuran pada setiap k , maka estimasi dari variabel keadaan dapat ditentukan, yang dinotasikan oleh x_k . Estimasi ini digunakan untuk memprediksi variabel keadaan pada tahap selanjutnya $k+1$ yang dinotasikan \hat{x}_{k+1}^- . Pengukuran dan prediksi pada tahap $k+1$ digunakan untuk membentuk estimasi baru, x_{k+1} dan dari estimasi ini prediksi baru akan dihasilkan. Prosedur lengkap Filter Kalman dapat dituliskan sebagai berikut :

➤ Langkah 1, Masukkan \hat{x}_0^- dan P_0^- dan variansi (3-15)

➤ Langkah 2, Perhitungan Penguat Kalman (*Kalman Gain*) :

$$K_k = P_k^- H_k^T (H_k P_k^- H_k^T + R_k)^{-1} \quad \dots (3-16)$$

➤ Langkah 3, Penentuan estimasi :

$$\hat{x}_k = \hat{x}_k^- + K_k (z_k - H_k \hat{x}_k^-) \quad \dots (3-17)$$

➤ Langkah 4, Perhitungan matrik galat kovarian :

$$P_k = (I - K_k H_k) P_k^- \quad \dots (3-18)$$

➤ Langkah 5, Prediksi ke depan untuk interval selanjutnya :

$$\hat{x}_{k+1}^- = \Phi_k \hat{x}_k \quad \dots (3-19)$$

$$P_{k+1}^- = \Phi_k P_k \Phi_k^T + Q_k \quad \dots (3-20)$$

➤ Langkah 6, $k = k + 1$

➤ Langkah 7, kembali ke langkah 2.

dimana :

- \hat{x}_k adalah vektor estimasi pada step k,
- Q_k adalah matrik kovarian untuk w_k ,
- R_k adalah matrik kovarian untuk v_k ,
- P_k^- adalah matrik kovarian untuk \hat{x}_k^- ,
- P_k adalah matrik kovarian error untuk \hat{x}_k , dan
- I adalah matrik identitas.

Dengan demikian diagram alur (flowchart) dari estimasi Filter Kalman dapat digambarkan sebagai yang tampak pada Gambar 3.1.

Didalam implementasi skema Filter Kalman untuk semua tegangan dan arus, perlu untuk skema Filter Kalman dapat mengestimasi semua tegangan dan arus untuk memperoleh semua harga tegangan dan arus dalam suatu waktu yang sama. Untuk tegangan, vektor H akan diberikan oleh ⁵:

$$H(k) = \begin{bmatrix} h1(k) & h2(k) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos(\omega kT) & -\sin(\omega kT) \end{bmatrix} \quad \dots (3-21)$$

sementara vektor *penguat kalman* diberikan oleh :

$$K(k) = \begin{bmatrix} k1v(k) \\ k2v(k) \end{bmatrix} \quad \dots (3-22)$$

Untuk arus vektor H diberikan sebagai :

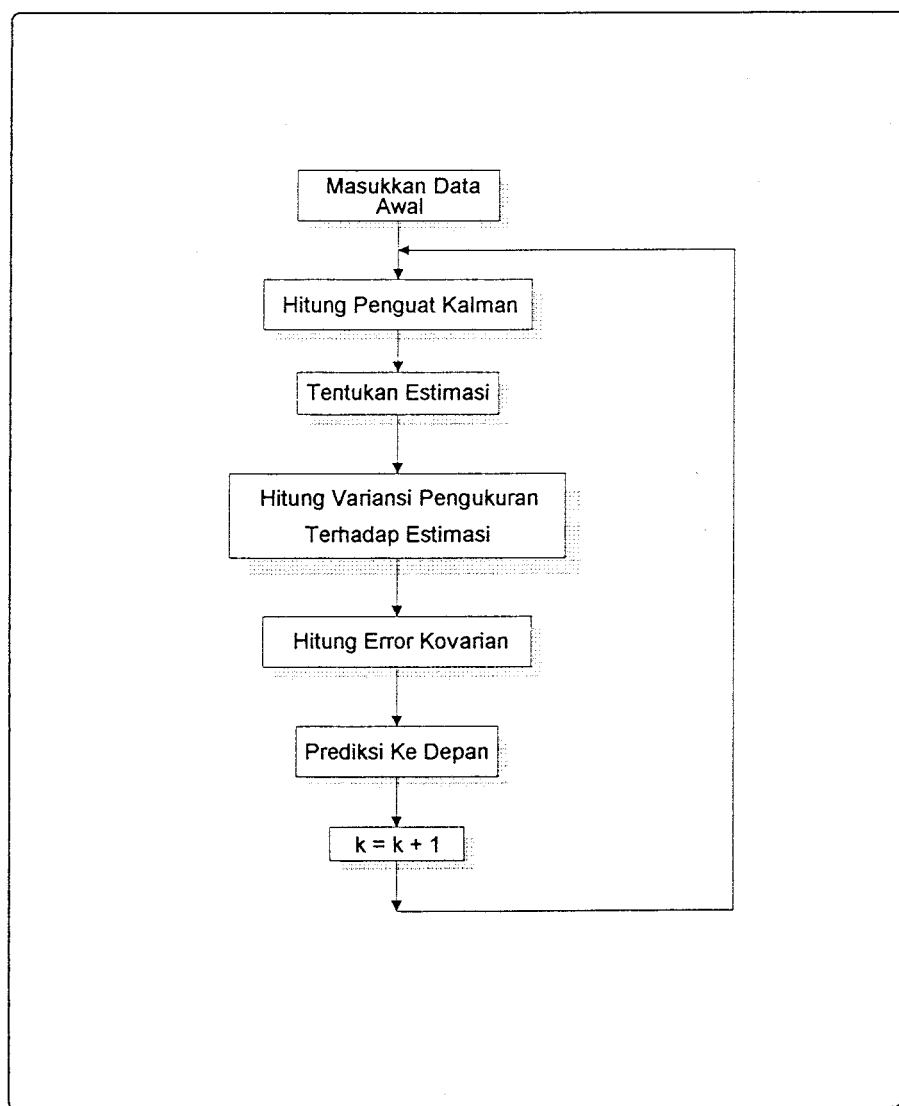
$$H(k) = \begin{bmatrix} h1(k) & h2(k) & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos(\omega kT) & -\sin(\omega kT) & 1 \end{bmatrix} \quad \dots (3-23)$$

sementara vektor *penguat kalman* ditentukan oleh :

⁵ *Ibid.* hal 143.

$$K(k) = \begin{bmatrix} k1i(k) \\ k2i(k) \\ k3i(k) \end{bmatrix} \quad \dots (3-24)$$

Dengan catatan bahwa vektor $h1$ dan $h2$ adalah sama untuk masing-masing k untuk tegangan dan arus, sementara vektor K untuk tegangan dan arus tidak mempunyai elemen yang sama.

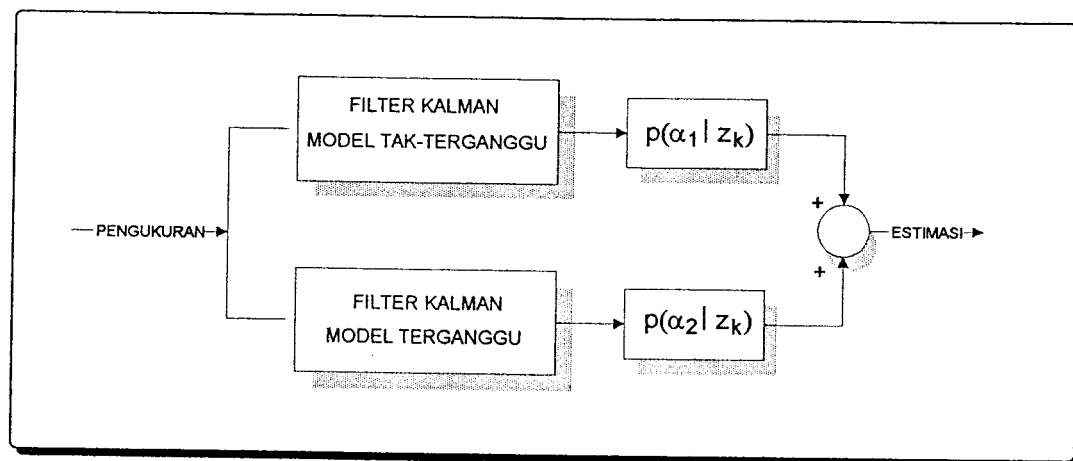


Gambar 3.1.
Diagram Alur dari Estimasi Filter Kalman

III. 2. 1. Algoritma Filter Kalman Adaptif

Filter Kalman Adaptif (*Self-Learning Kalman Filter*) adalah filter Kalman yang digunakan untuk sistem-sistem yang parameter proses atau koefisien sistemnya tidak dapat atau sulit dideteksi. Dalam hal ini filter Kalman digunakan untuk mengestimasi tegangan dan arus yang mempunyai frekuensi dasar.

Secara konsep, skema Filter Kalman Adaptif melibatkan operasi serentak dari dua Filter Kalman Diskrit untuk setiap tegangan dan arus. Untuk jelasnya dapat dilihat pada Gambar 3.2 .



Gambar 3.2.⁶
Skema Dasar Filter Kalman Adaptif

Filter Kalman Adaptif diperlukan karena umumnya sulit untuk mengetahui apakah suatu fasa merupakan fasa yang mengalami gangguan (*faulted phase*) atau tidak mengalami gangguan (*unfaulted fasa*).

Sebagai contoh, tegangan pada fasa A akan dihitung pada dua filter. Satu filter mengasumsikan fasa terganggu dan pemakaian parameter berdasarkan pada hipotesa tersebut, sedangkan filter yang lain mengasumsikan fasa yang tidak terganggu dan

⁶ R.G. Brown, "Intorduction To Random Signals And Applied Kalman Filtering", John Wiley & Son, Inc., 1992. hal. 379

pemakaian parameter ditentukan dari pengasumsian fasa yang tidak terganggu. Estimasi dari tiap-tiap model dititikberatkan pada penentuan estimasi optimal. Jadi, tiap tegangan dan arus diestimasi oleh dua filter dan optimal adalah gabungan dari kedua filter tersebut.

Ketepatan dari estimasi diindikasikan oleh perbedaan antara pengukuran dan harga prediksi dari pengukuran, yakni :

$$z_k - H_k \hat{x}_k^- \quad \dots (3-25)$$

Perbedaan ini digunakan untuk membangun probabilitas dari fungsi gangguan. Pertama, probabilitas pada kondisi yang akan datang harus dibangun. Probabilitas disini dihitung untuk tiap tegangan dan arus setelah masing-masing pencuplikan. Probabilitas dari pengukuran z diberikan oleh :

$$p(z_k | \alpha_i) = \frac{1}{(2\pi)^{1/2} (H_k P_k^- H_k^T + R_k)^{1/2}} * \exp \left[-\frac{1}{2} \frac{(z_k - H_k \hat{x}_k^-)^2}{H_k P_k^- H_k^T + R_k} \right] p(z_{k-1} | \alpha_i) \quad \dots (3-26)$$

dimana :

α_i , $i = 1$ untuk kondisi terganggu

α_i , $i = 2$ untuk kondisi tak terganggu

dan untuk, $k = 0$:

$$p(z_{k-1} | \alpha_i) = 1.0 \quad \dots (3-27)$$

untuk untuk semua model. Dengan asumsi probabilitas dari terganggu dan tak terganggu adalah sama, dan diaplikasikan dengan *hukum Bayes*, maka probabilitas terganggu atau tak terganggu diberikan oleh :

$$p(\alpha_i | z_k) = \frac{p(z_k | \alpha_i) * p(\alpha_i)}{p(z_k | \alpha_1) * p(\alpha_1) + p(z_k | \alpha_2) * p(\alpha_2)} \quad \dots (3-28)$$

karena kemungkinannya hanya ada dua, yaitu terganggu atau tidak terganggu, maka probabilitasnya adalah sama yakni 0.5 dan 0.5. Sehingga probabilitas terganggu dan tidak terganggu dapat disederhanakan menjadi

$$p(\alpha_i|z_k) = \frac{p(z_k|\alpha_i)}{p(z_k|\alpha_1) + p(z_k|\alpha_2)} \quad \dots (3-29)$$

untuk, $i = 1, 2$

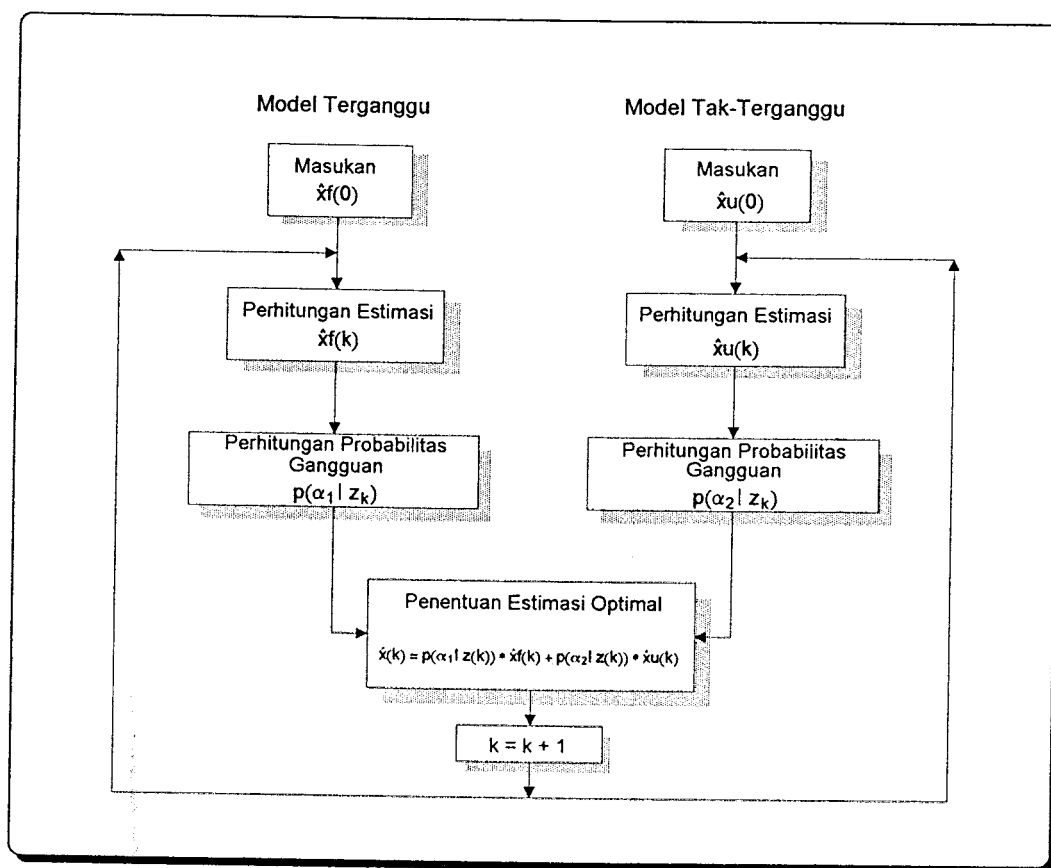
Dengan catatan bahwa :

$$p(\alpha_1|z_k) + p(\alpha_2|z_k) = 1 \quad \dots (3-30)$$

Selama berpegangan pada persamaan (3-30), jika $p(\alpha_1|z_k)$ diketahui maka $p(\alpha_2|z_k)$ dapat ditentukan dengan mudah. Jika fasa terganggu, $p(\alpha_1|z_k)$ harus mendekati satu sebagaimana $p(\alpha_2|z_k)$ harus mendekati nol. Jika fasa tak terganggu, yang terjadi harus kebalikannya. Fungsi kerapatan probabilitas digunakan sebagai fungsi bobot untuk estimasi filter gangguan dan tak terganggu.

Skema Filter Kalman Adaptif didasarkan pada *estimator adaptif magill*, yaitu skema yang melibatkan dua Filter Kalman secara serentak (paralel) untuk masing-masing tegangan dan arus. Sebagai contoh tegangan pada fasa A akan dihitung pada kedua filter, satu filter mengasumsikan fasa terganggu dan parameter yang digunakan berdasarkan hipotesis keadaan terganggu, sementara filter yang lain menggunakan parameter yang berdasarkan hipotesis dari keadaan tak terganggu. Perhitungan estimasi dari masing-masing model diharapkan mendapatkan hasil estimasi yang optimal, sehingga masing-masing tegangan dan arus diestimasi oleh dua filter dan estimasi optimal tersusun dari kedua filter.

Untuk gelombang tegangan, model terganggu dan tak terganggu diberikan oleh persamaan (3-3) sampai (3-5). Harga K_v dan $P(0)$ berbeda untuk masing - masing model. Untuk arus model terganggu diberikan oleh persamaan (3-8) sampai (3-12). Variabel keadaan ketiga, x_{3k} muncul hanya jika sebuah gangguan terjadi. Sehingga x_{3k} tidak muncul dari model arus tak terganggu, dan bentuk gelombangnya dapat dimodelkan oleh persamaan (3-4) dan (3-10). Harga K_i adalah berbeda untuk model terganggu dan tak terganggu dan matrik Q adalah matrik nol untuk kasus tak terganggu. Selanjutnya vektor H dan K dihitung secara off-line untuk masing-masing model dan disimpan untuk digunakan on-line.



Gambar 3.3.⁷
Diagram Alur dari Estimasi dengan Filter Kalman Adaptif

⁷ A.A. Girgis and David G. Hart, *Loc Cit.*

Apabila sebuah gangguan teramati, masing-masing filter akan memulai mengestimasi frekuensi dasar, kedua filter akan beroperasi sebagaimana yang ditunjukkan pada Gambar 3.3., dimana masing-masing menggunakan vektor K yang berbeda. Karena saluran transmisi hanya dapat terganggu dan tidak terganggu, maka model perbaikan akan mempunyai kondisi awal dan statistik tertentu.

Estimasi tegangan dan arus untuk model terganggu dan tak terganggu dapat ditentukan melalui persamaan (3-31), sedangkan prediksinya ditentukan oleh persamaan (3-32). Pada persamaan tersebut notasi k diabaikan untuk memudahkan dengan definisi variabel keadaannya ditunjukkan pada Tabel 3-1.

Tabel 3-1.
Definisi Variabel Keadaan pada Filter Kalman Adaptif

DEFINISI VARIABEL KEADAAN	
<p align="center">FILTER MODEL TERGANGGU</p> <p> x_1, x_2.....Tegangan pada fasa A x_3, x_4.....Tegangan pada fasa B x_5, x_6.....Tegangan pada fasa C x_7, x_8, x_9.....Arus pada fasa A x_{10}, x_{11}, x_{12}.....Arus pada fasa B x_{13}, x_{14}, x_{15}.....Arus pada fasa C x_{16}, x_{17}, x_{18}.....Arus pada netral </p>	
<p align="center">FILTER MODEL TAK-TERGANGGU</p> <p> x_{19}, x_{20}.....Tegangan pada fasa A x_{21}, x_{22}.....Tegangan pada fasa B x_{23}, x_{24}.....Tegangan pada fasa C x_{25}, x_{26}.....Arus pada fasa A x_{27}, x_{28}.....Arus pada fasa B x_{29}, x_{30}.....Arus pada fasa C </p>	

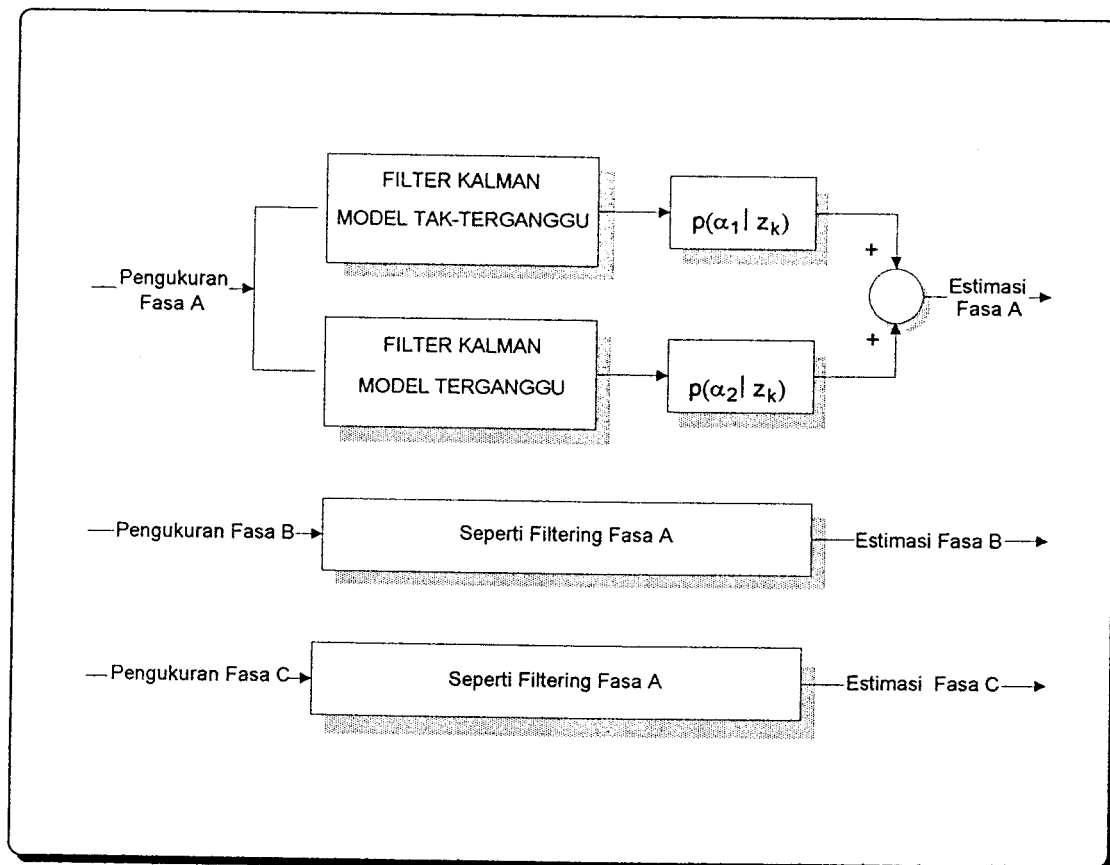
$$\begin{bmatrix} \hat{x}_1 \\ \hat{x}_2 \\ \hat{x}_3 \\ \hat{x}_4 \\ \hat{x}_5 \\ \hat{x}_6 \\ \hat{x}_7 \\ \hat{x}_8 \\ \hat{x}_9 \\ \hat{x}_{10} \\ \hat{x}_{11} \\ \hat{x}_{12} \\ \hat{x}_{13} \\ \hat{x}_{14} \\ \hat{x}_{15} \\ \hat{x}_{16} \\ \hat{x}_{17} \\ \hat{x}_{18} \\ \hat{x}_{19} \\ \hat{x}_{20} \\ \hat{x}_{21} \\ \hat{x}_{22} \\ \hat{x}_{23} \\ \hat{x}_{24} \\ \hat{x}_{25} \\ \hat{x}_{26} \\ \hat{x}_{27} \\ \hat{x}_{28} \\ \hat{x}_{29} \\ \hat{x}_{30} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \hat{x}_1^- \\ \hat{x}_2^- \\ \hat{x}_3^- \\ \hat{x}_4^- \\ \hat{x}_5^- \\ \hat{x}_6^- \\ \hat{x}_7^- \\ \hat{x}_8^- \\ \hat{x}_9^- \\ \hat{x}_{10}^- \\ \hat{x}_{11}^- \\ \hat{x}_{12}^- \\ \hat{x}_{13}^- \\ \hat{x}_{14}^- \\ \hat{x}_{15}^- \\ \hat{x}_{16}^- \\ \hat{x}_{17}^- \\ \hat{x}_{18}^- \\ \hat{x}_{19}^- \\ \hat{x}_{20}^- \\ \hat{x}_{21}^- \\ \hat{x}_{22}^- \\ \hat{x}_{23}^- \\ \hat{x}_{24}^- \\ \hat{x}_{25}^- \\ \hat{x}_{26}^- \\ \hat{x}_{27}^- \\ \hat{x}_{28}^- \\ \hat{x}_{29}^- \\ \hat{x}_{30}^- \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} K1V \\ K2V \\ K1V \\ K2V \\ K1V \\ K2V \\ K1I \\ K2I \\ K3I \\ K1I \\ K2I \\ K3I \\ K1I \\ K2I \\ K3I \\ K1I \\ K2I \\ K3I \\ K1V \\ K2V \\ K1V \\ K2V \\ K1V \\ K2V \\ K1V \\ K2V \\ K1V \\ K2V \\ K1V \\ K2V \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} z_1 \\ z_1 \\ z_2 \\ z_2 \\ z_3 \\ z_3 \\ z_4 \\ z_4 \\ z_4 \\ z_5 \\ z_5 \\ z_5 \\ z_6 \\ z_6 \\ z_6 \\ z_7 \\ z_7 \\ z_7 \\ z_1 \\ z_1 \\ z_2 \\ z_2 \\ z_3 \\ z_3 \\ z_4 \\ z_4 \\ z_5 \\ z_5 \\ z_6 \\ z_6 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -h_1 * \hat{x}_1^- \\ -h_1 * \hat{x}_1^- \\ -h_1 * \hat{x}_3^- \\ -h_1 * \hat{x}_3^- \\ -h_1 * \hat{x}_5^- \\ -h_1 * \hat{x}_5^- \\ -h_1 * \hat{x}_7^- \\ -h_1 * \hat{x}_7^- \\ -h_1 * \hat{x}_7^- \\ -h_1 * \hat{x}_{10}^- \\ -h_1 * \hat{x}_{10}^- \\ -h_1 * \hat{x}_{10}^- \\ -h_1 * \hat{x}_{13}^- \\ -h_1 * \hat{x}_{13}^- \\ -h_1 * \hat{x}_{13}^- \\ -h_1 * \hat{x}_{16}^- \\ -h_1 * \hat{x}_{16}^- \\ -h_1 * \hat{x}_{16}^- \\ -h_1 * \hat{x}_{19}^- \\ -h_1 * \hat{x}_{19}^- \\ -h_1 * \hat{x}_{21}^- \\ -h_1 * \hat{x}_{21}^- \\ -h_1 * \hat{x}_{23}^- \\ -h_1 * \hat{x}_{23}^- \\ -h_1 * \hat{x}_{25}^- \\ -h_1 * \hat{x}_{25}^- \\ -h_1 * \hat{x}_{27}^- \\ -h_1 * \hat{x}_{27}^- \\ -h_1 * \hat{x}_{29}^- \\ -h_1 * \hat{x}_{29}^- \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -h_1 * \hat{x}_2^- \\ -h_1 * \hat{x}_2^- \\ -h_1 * \hat{x}_4^- \\ -h_1 * \hat{x}_4^- \\ -h_1 * \hat{x}_6^- \\ -h_1 * \hat{x}_6^- \\ -h_1 * \hat{x}_8^- \\ -h_1 * \hat{x}_8^- \\ -h_1 * \hat{x}_8^- \\ -h_1 * \hat{x}_{11}^- \\ -h_1 * \hat{x}_{11}^- \\ -h_1 * \hat{x}_{11}^- \\ -h_1 * \hat{x}_{14}^- \\ -h_1 * \hat{x}_{14}^- \\ -h_1 * \hat{x}_{14}^- \\ -h_1 * \hat{x}_{17}^- \\ -h_1 * \hat{x}_{17}^- \\ -h_1 * \hat{x}_{17}^- \\ -h_1 * \hat{x}_{20}^- \\ -h_1 * \hat{x}_{20}^- \\ -h_1 * \hat{x}_{22}^- \\ -h_1 * \hat{x}_{22}^- \\ -h_1 * \hat{x}_{24}^- \\ -h_1 * \hat{x}_{24}^- \\ -h_1 * \hat{x}_{26}^- \\ -h_1 * \hat{x}_{26}^- \\ -h_1 * \hat{x}_{28}^- \\ -h_1 * \hat{x}_{28}^- \\ -h_1 * \hat{x}_{30}^- \\ -h_1 * \hat{x}_{30}^- \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ -\hat{x}_9^- \\ -\hat{x}_9^- \\ -\hat{x}_9^- \\ -\hat{x}_{12}^- \\ -\hat{x}_{12}^- \\ -\hat{x}_{12}^- \\ -\hat{x}_{15}^- \\ -\hat{x}_{15}^- \\ -\hat{x}_{15}^- \\ -\hat{x}_{18}^- \\ -\hat{x}_{18}^- \\ -\hat{x}_{18}^- \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

.... (3-31)

$$\begin{bmatrix} \hat{x}_1^- \\ \hat{x}_2^- \\ \hat{x}_3^- \\ \hat{x}_4^- \\ \hat{x}_5^- \\ \hat{x}_6^- \\ \hat{x}_7^- \\ \hat{x}_8^- \\ \hat{x}_9^- \\ \hat{x}_{10}^- \\ \hat{x}_{11}^- \\ \hat{x}_{12}^- \\ \hat{x}_{13}^- \\ \hat{x}_{14}^- \\ \hat{x}_{15}^- \\ \hat{x}_{16}^- \\ \hat{x}_{17}^- \\ \hat{x}_{18}^- \\ \hat{x}_{19}^- \\ \hat{x}_{20}^- \\ \hat{x}_{21}^- \\ \hat{x}_{22}^- \\ \hat{x}_{23}^- \\ \hat{x}_{24}^- \\ \hat{x}_{25}^- \\ \hat{x}_{26}^- \\ \hat{x}_{27}^- \\ \hat{x}_{28}^- \\ \hat{x}_{29}^- \\ \hat{x}_{30}^- \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ \alpha \\ 1 \\ 1 \\ \alpha \\ 1 \\ 1 \\ \alpha \\ 1 \\ 1 \\ \alpha \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} \hat{x}_1 \\ \hat{x}_2 \\ \hat{x}_3 \\ \hat{x}_4 \\ \hat{x}_5 \\ \hat{x}_6 \\ \hat{x}_7 \\ \hat{x}_8 \\ \hat{x}_9 \\ \hat{x}_{10} \\ \hat{x}_{11} \\ \hat{x}_{12} \\ \hat{x}_{13} \\ \hat{x}_{14} \\ \hat{x}_{15} \\ \hat{x}_{16} \\ \hat{x}_{17} \\ \hat{x}_{18} \\ \hat{x}_{19} \\ \hat{x}_{20} \\ \hat{x}_{21} \\ \hat{x}_{22} \\ \hat{x}_{23} \\ \hat{x}_{24} \\ \hat{x}_{25} \\ \hat{x}_{26} \\ \hat{x}_{27} \\ \hat{x}_{28} \\ \hat{x}_{29} \\ \hat{x}_{30} \end{bmatrix}$$

.... (3-32)

Sehingga untuk sistem tiga fasa maka skema Filter Kalman Adaptif dapat digambarkan seperti tampak pada Gambar 3.4.



Gambar 3.4.⁸
Skema Filter Kalman Adaptif untuk Sistem Tiga Fasa

III. 3. PENENTUAN DATA AWAL

Penentuan data awal pada filter kalman merupakan suatu hal yang sangat penting, karena pada filter kalman data awal sangatlah berpengaruh. Dengan data awal yang salah maka hasil dari filtering tidak dapat dipertanggungjawabkan lagi, atau dengan data awal tertentu mungkin hasil filtering dengan besar magnituda tertentu dapat diperoleh dengan baik, tetapi belum tentu sesuai bila besar magnitudenya berubah. Dengan adanya permasalahan diatas, maka penulis mencoba untuk meneliti

⁸ R.. G. Brown, *Loc Cit.*

berapa sebaiknya data awal yang cocok untuk dapat diterapkan pada aplikasi disini, yakni untuk rele jarak digital.

Pada rele jarak digital data yang diperlukan adalah tegangan dan arus, yang pada kondisi normal dengan beban nominal besar tegangan dan arus dalam per unit (pu) masing-masing adalah sebesar 1.0 pu. Pada kondisi terganggu, besaran tersebut akan berubah secara drastis. Dalam hal ini penulis mengasumsikan perubahan yang terjadi berkisar antara 0.0 sampai dengan 1.5 pu untuk tegangan dan 1.2 sampai dengan 10.0 pu untuk arus. Batasan ini diperlukan agar mempermudah mencari data awal yang cocok.

Adapun data awal yang diperlukan disini adalah $P(0)$ yaitu harga awal kovarian dari estimasi dan $x(0)$ yaitu harga awal dari estimasi, sedangkan data pendukung yang lain adalah variansi dari gangguan.

Dari Gambar 3.5. dapat ditunjukkan bahwa sinyal gangguan tegangan dapat dimodelkan sebagai deret putih (white sequence) dengan penurunan secara eksponensial pada variansi antara terganggu dan tidak terganggu. Dari gambar 3.5. dapat dilihat bahwa variansi dari tegangan saat terganggu adalah sebesar 0.1 pu^2 . Sedangkan variansi awal untuk arus adalah sama dengan kuadrat arus gangguan [4]. Estimasi awal dari tegangan dan arus diasumsikan sama dengan tegangan dan arus pada kondisi terganggu umumnya.

Berdasarkan ketentuan tersebut, maka penulis dapat mengasumsikan data awal sebagai berikut :

✓ **Kondisi Terganggu :**

- Untuk Tegangan :

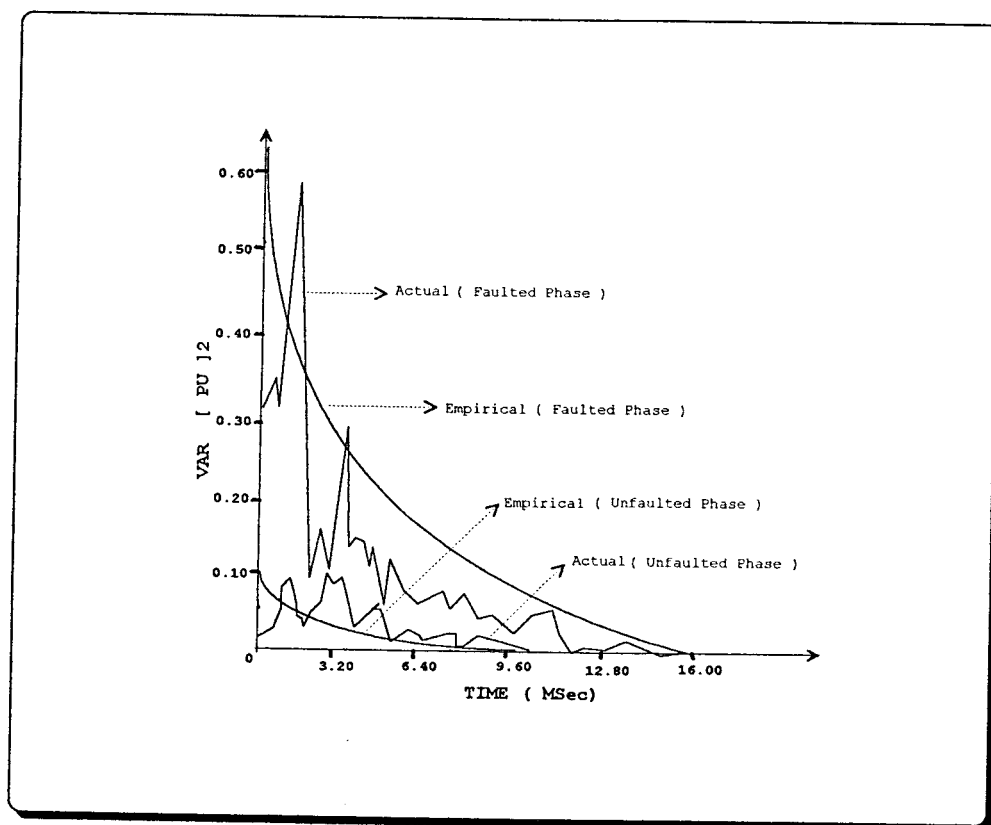
- Estimasi awal tegangan = 0.8 pu.

- Variansi awal tegangan = 0.6 pu²

- Untuk Arus :

- Estimasi awal arus = 1.75 pu.

- Variansi awal arus = 3.0625 pu²



Gambar 3.5.⁹

Variansi Dari Sinyal Gangguan Tegangan

✓ *Kondisi Tak Terganggu :*

- Untuk Tegangan :

- Estimasi awal tegangan = 1.0 pu.

- Variansi awal tegangan = 0.1 pu²

- Untuk Arus :

⁹ A.A. Girgis, "A New Kalman Filtering Based Digital Distance Relay", IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems, Vol.PAS-101 No. 9, September 1982.

- Estimasi awal arus = 1.0 pu.
- Variansi awal arus = 0.8 pu²

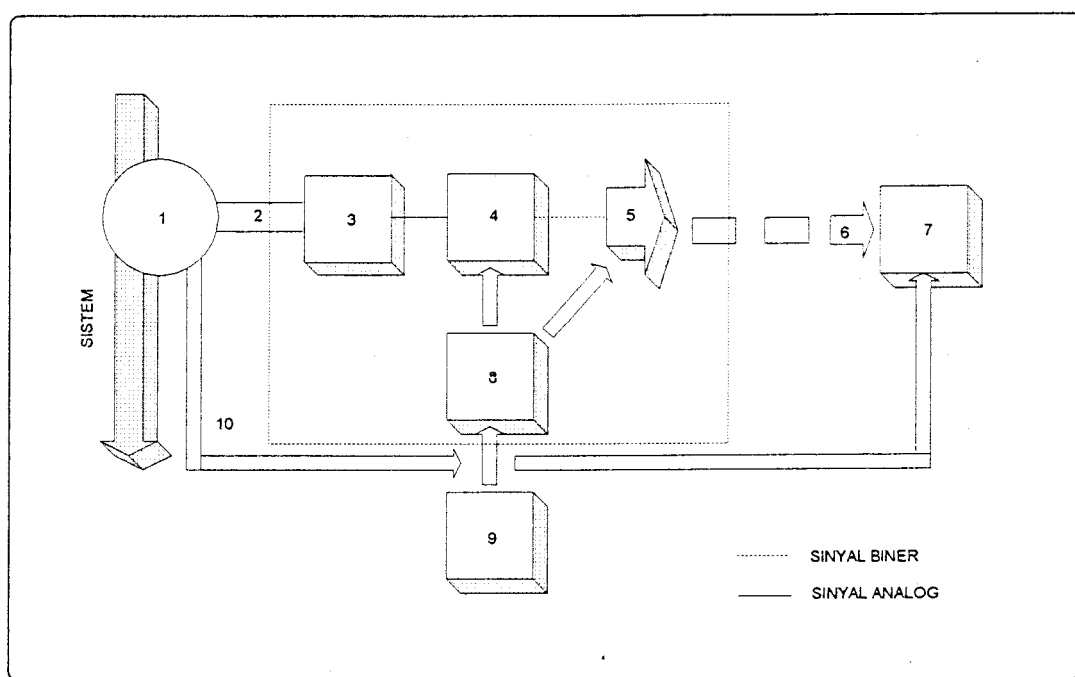
III. 4. PRINSIP KERJA RELE DIGITAL

Secara umum rele digital merupakan rele statis yang elemen pengukurannya bersifat digital, dan rele ini tergabung dalam beberapa komponen seperti : transistor, diode, resistor, kapasitor dan lainnya. Pada tipe rele ini elemen-elemennya dibentuk oleh rangkaian statis dimana tidak ada bagian yang bergerak. Pada rele ini beban yang ditanggung oleh CT dan VT rendah karena operasinya dibantu oleh sebuah peralatan bantu berupa suplai DC, juga mempunyai operasi yang sangat cepat dan umur panjang.

Pada dasarnya rele ini adalah merubah sinyal analog menjadi binari yang dilakukan oleh sebuah unit konverter, sinyal dari unit pengukur dibentuk dari sebuah unit konverter, konverter ini terhubung pada rangkaian pengukur, dan keluaran dari konverter selanjutnya diproses oleh elemen pengukur yang kemudian menuju elemen output, disini sinyal diperkuat untuk dipindahkan menuju elemen kontrol yang mengontrol CB untuk membuka.

Variabel dari tegangan, arus, dan sudut fasa (frekuensi) diperoleh dari diferensial dan integrasi yang merupakan sinyal pengukuran pada input. Outputnya adalah sinyal binari [on/off] untuk pengoperasian rele.

Jadi pada rele pengaman ini masing-masing elemennya terpisah sesuai blok diagram yang tampak pada Gambar 3.6., dengan :



Gambar 3.6.
Blok Diagram Dasar Rele Digital

- | | |
|-------------------------|------------------------------------|
| 1. Rangkaian Pengukuran | 6. Sinyal Output |
| 2. Sinyal Pengukuran | 7. Elemen Kontrol |
| 3. Elemen Konverter | 8. Penghubung Suplai |
| 4. Elemen Pengukuran | 9. Suplai Pembantu (DC) |
| 5. Elemen Output | 10. Suplai dari Rangkaian Pengukur |

Prinsip Rele Jarak

Rele jarak dipilih sebagai pengaman utama untuk saluran transmisi baik tunggal maupun paralel, disamping lebih efektif, rele jarak lebih andal dan terpercaya karena dapat mendeteksi secara langsung daerah mana yang terganggu, sebatas daerah pengamanannya.

Impedansi suatu saluran udara tegangan tinggi sebanding dengan panjangnya, karena itu pengukuran jarak dapat dilakukan dengan sebuah rele yang dapat mengukur impedansi saluran tersebut.

Pada rele jarak yang dibandingkan adalah arus dan tegangan ditempat yang sama atau dimana rele ditempatkan. Untuk gangguan pada batas pengamanan tegangan yang terukur oleh rele adalah misalkan : V_F sehingga perbandingan antara tegangan dan arus didapatkan harga impedansi. Untuk gangguan didaerah pengamanannya maka rele akan bekerja dan apabila diluar daerah pengamanannya rele tidak akan bekerja.

BAB IV

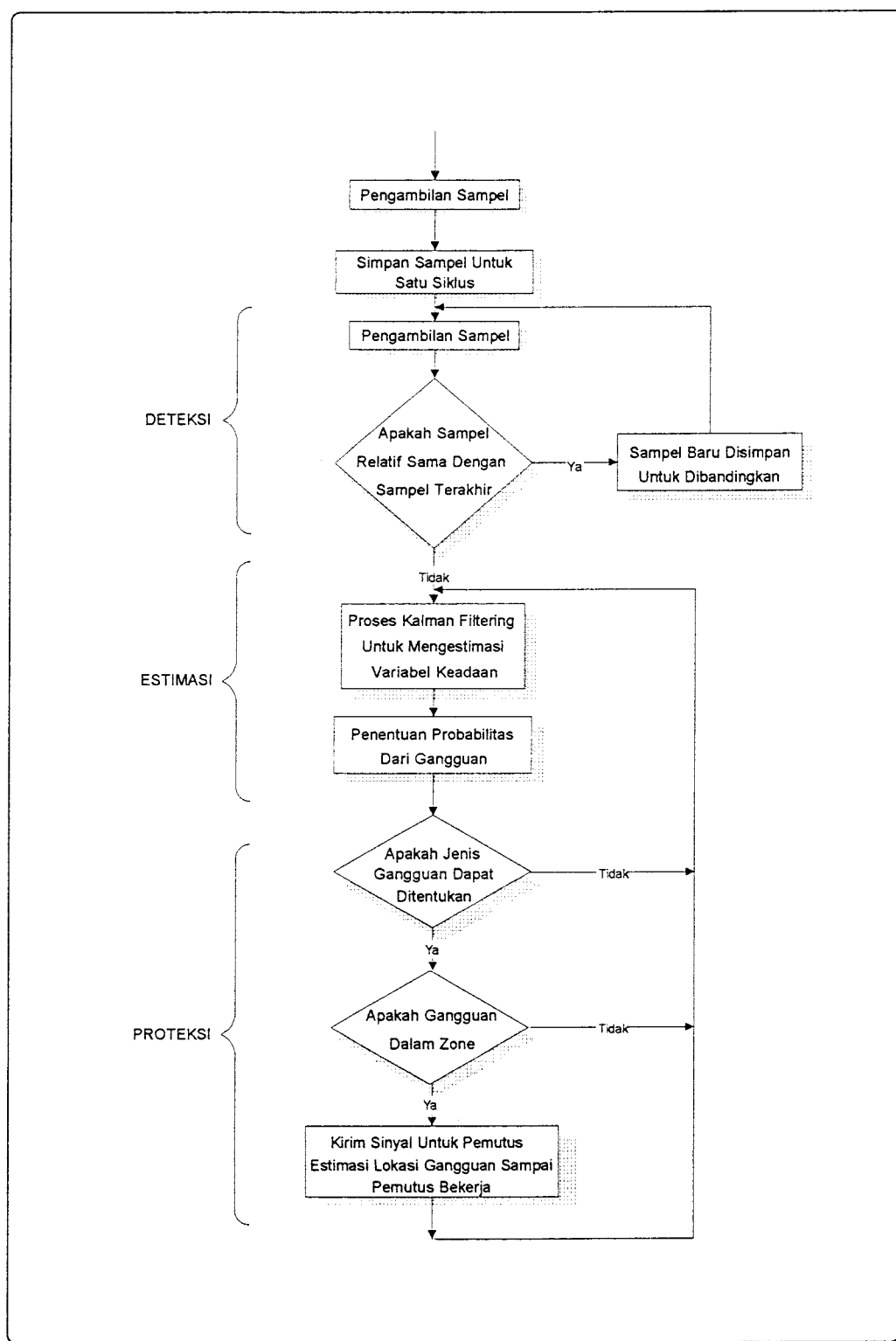
STUDI SIMULASI DAN ANALISA HASIL PERHITUNGAN

IV. 1. SIMULASI ALGORITMA FILTER KALMAN ADAPTIF

Algoritma dari pengamanan dengan Filter Kalman Adaptif yang diaplikasikan dapat dibagi dalam beberapa tahap yaitu : pendeteksian, filtering (Filter Kalman Adaptif), penentuan jenis gangguan, perhitungan zone, penentuan lokasi gangguan¹⁰. Untuk lebih jelasnya urutan tahapan algoritma dari pengaman dengan Filter Kalman Adaptif ini dapat ditunjukkan pada Gambar 4.1. Untuk mengevaluasi secara kualitatif sistem pengamanan dari implementasi algoritma ini maka sebelumnya akan dilakukan simulasi.

Pada saat sistem untuk pertama kalinya terinisialisasi, prosesor akan menyimpan sampel dari arus dan tegangan untuk satu siklus. Prosesor tersebut kemudian memasuki tahap deteksi, dimana setiap sampel arus dan tegangan yang baru, akan dibandingkan dengan sampel arus dan tegangan yang diterima satu siklus sebelumnya. Bila terjadi perbedaan ini berarti bahwa gangguan mungkin terjadi maka prosesor akan menginisiasi untuk memulai proses filtering dengan menghitung probabilitas gangguan, tetapi jika sebaliknya tidak ada perbedaan yang berarti antara sampel yang baru diterima dengan sampel terdahulu maka sampel baru tersebut akan disimpan untuk dibandingkan dengan sampel selanjutnya.

¹⁰ A.A. Girgis and Elham B. Makram, "Application Of Adaptive Kalman Filtering In Fault Classification, Distance Protection, And Fault Location Using Microprocessor", IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems, Vol. 3, No.1, February 1988.



Gambar 4.1.
Algoritma Pengamanan Dengan Filter Kalman Adaptif

Tahap selanjutnya adalah menentukan estimasi optimal tegangan dan arus, dengan cara mengestimasi tiap model (model terganggu dan model tak terganggu) kemudian digabungkan dengan probabilitasnya seperti pada persamaan berikut ¹¹:

$$\hat{x}_k = p(\alpha_1|z_k) * \hat{x}_k + p(\alpha_2|z_k) * \hat{x}_u \quad \dots (4-1)$$

Untuk memulai proses filtering, harga awal vektor $\hat{x}_f(0)$ dan $\hat{x}_u(0)$ harus ditentukan terlebih dahulu. Harga awal untuk estimasi awal dari tegangan (terganggu dan tak terganggu) dan arus (terganggu dan tak terganggu) ditentukan oleh pengukuran pra-gangguan, sedangkan variabel keadaan ketiga untuk setiap arus mula-mula didefinisikan nol. Setelah estimasi dihitung, prosesor induk harus memutuskan bila gangguan terjadi dan gangguan jenis apa yang terjadi. Berdasarkan pada variasi hubungan dari fasa arus, maka jenis gangguan akan dengan mudah dapat ditentukan. Ketika terjadi gangguan dan jenis gangguan dengan mudah diidentifikasi maka zone gangguan pun akan dapat diperoleh.

Karena hampir semua gangguan yang terjadi pada sistem tenaga listrik adalah merupakan gangguan yang tidak simetris, yang mungkin terdiri dari hubung singkat tidak simetris, gangguan tidak simetris melalui impedansi, atau penghantar yang terbuka. Gangguan tidak simetris yang terjadi dapat berupa :

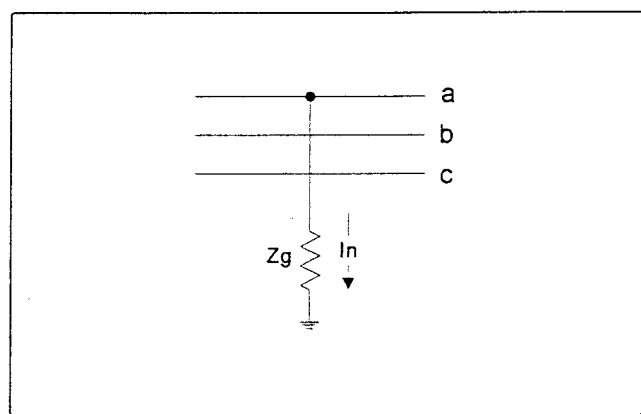
- *Gangguan tunggal dari saluran-ke tanah*

Untuk gangguan tunggal dari saluran ketanah hubungannya seperti terlihat pada Gambar 4.2.

Hubungan berikut terdapat pada titik gangguan tersebut :

$$I_b = 0, \quad I_c = 0, \quad I_n = I_a.$$

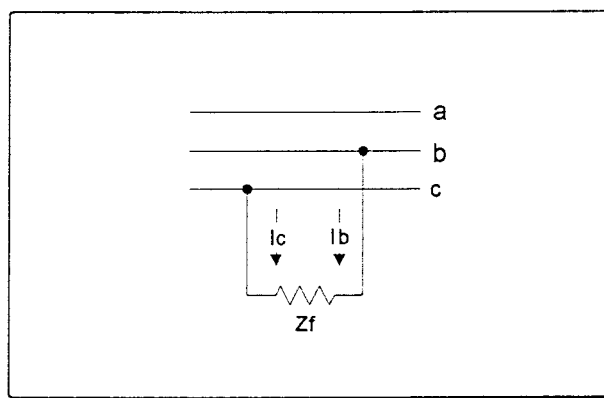
¹¹ A.A. Girgis and David G. Hart, *Op Cit*, hal 146.



Gambar 4.2.
Gangguan tunggal dari saluran-ke tanah

- *Gangguan antar-saluran*

Untuk gangguan antar-saluran hubungannya seperti terlihat pada Gambar 4.3.



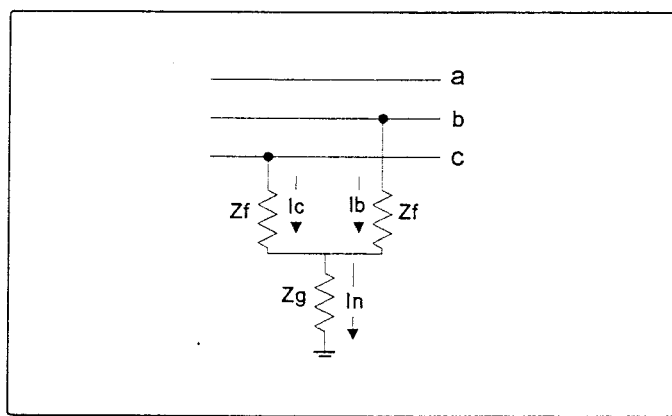
Gambar 4.3.
Gangguan antar-saluran

Pada gangguan tersebut terdapat hubungan berikut :

$$I_a = 0 , \quad I_b = - I_c .$$

- *Gangguan ganda dari saluran-ke tanah*

Untuk suatu gangguan ganda dari-saluran-ke tanah, hubungan yang terjadi ditunjukkan seperti pada Gambar 4.4.



Gambar 4.4.
Gangguan ganda dari-saluran-ke tanah

Terdapat hubungan berikut pada gangguan :

$$I_a = 0 \quad , \quad I_n = I_b + I_c \quad .$$

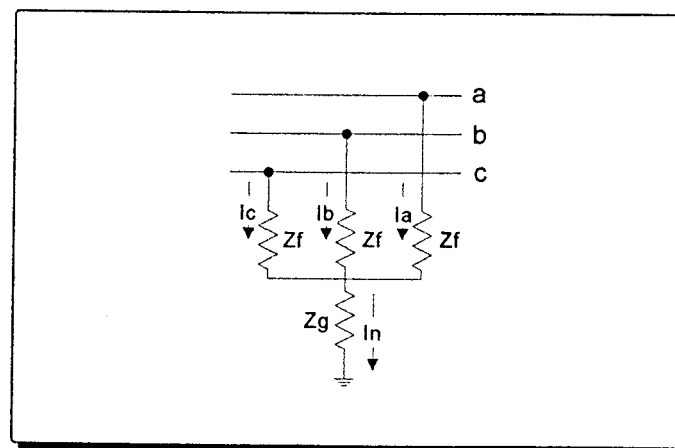
- *Gangguan simetris (tiga fasa-ke tanah)*

Untuk gangguan tiga fasa ke tanah hubungannya adalah seperti tampak pada Gambar 4.5. berikut :

Pada gangguan tersebut terdapat hubungan berikut :

$$I_n = I_a + I_b + I_c$$

Untuk perhitungan Impedansi semu, dihitung berdasarkan perbandingan dari tegangan terseleksi dengan arus terseleksi. Arus terseleksi dan tegangan terseleksi tergantung pada jenis gangguan, seperti ditunjukkan pada Tabel 4.1.



Gambar 4.5.
Gangguan Hubung Singkat Tiga Fasa

Tabel 4-1.¹²
Hubungan Antara Tipe Gangguan Dengan Tegangan dan Arus Terseleksi

TIPE GANGGUAN	TEGANGAN TERSELEKSI	ARUS TERSELEKSI	ARUS KOMPENSASI
A-G	V_a	$I_a + K I_o$	I_o
B-G	V_b	$I_b + K I_o$	I_o
C-G	V_c	$I_c + K I_o$	I_o
AB atau AB-G	V_{ab}	$I_a - I_b$	$I_{af} - I_{bf}$
BC atau BC-G	V_{bc}	$I_b - I_c$	$I_{bf} - I_{cf}$
CA atau CA-G	V_{ca}	$I_c - I_a$	$I_{cf} - I_{af}$
Tiga Fasa	sama seperti gangguan antar-saluran		

Impedansi semu mewakili impedansi total yang terukur oleh rele, termasuk resistansi gangguan. Untuk menyelesaikan lokasi gangguan, impedansi semu dapat didefinisikan sebagai ¹³:

$$Z_{app} = (R_1 + jX_1) * d + R_f * K_f * \left(\frac{I_d + jI_q}{I_{s1} + jI_{s2}} \right) \quad \dots (4-2)$$

dimana :

R_f adalah resistansi gangguan

¹² *Ibid*, hal 145.

¹³ *Ibid*, hal 145.

K_f adalah konstanta penyeimbang

R_1 adalah resistansi saluran per mil

X_1 adalah reaktan saluran per mil

d adalah jarak gangguan

$(I_d + jI_q)$ ditunjukkan pada Tabel 4.1.

$(I_{s1} + jI_{s2})$ adalah arus terseleksi

Jika perhitungan impedansi semu tanpa dibatasi zona proteksi, maka sinyal harus dikirimkan ke pemutus. Sedangkan lokasi gangguan harus diestimasi sampai pemutus bekerja. Setelah sinyal rele dikirim, lokasi gangguan ditentukan dengan setiap estimasi baru oleh [5] :

$$d = \left(\frac{R_{app} \cdot b - X_{app} \cdot a}{R_1 \cdot b - X_1 \cdot a} \right) \quad \dots (4-3)$$

dengan :

$$a = (I_d \cdot I_{s1} + I_q \cdot I_{s2}) / I_{sm}^2, \text{ dan}$$

$$b = (-I_d \cdot I_{s2} + I_q \cdot I_{s1}) / I_{sm}^2$$

dimana :

$$I_{sm} = (I_{s1}^2 + I_{s2}^2)^{1/2}$$

Suatu jenis gangguan harus diidentifikasi, prosesor induk akan menentukan jika gangguan berada dalam zone pengaman dengan menggunakan persamaan (4-2). Jika gangguan dalam zone pengaman, prosesor mengirim ke pemutus dan mulai mengestimasi lokasi gangguan dengan menggunakan persamaan (4-3). Dalam proses real time, ini akan berlanjut sampai saluran terbuka.

4.2. HASIL PERHITUNGAN SIMULASI

Perhitungan simulasi yang dilakukan disini adalah dengan memasukkan data simulasi acak, Kemudian magnitudo dan sudut dari tegangan dan arus dari data acak tersebut dimasukkan kedalam program untuk menyusun bentuk gelombang dengan menggunakan Matlab, yang kemudian ditambahkan dengan unsur gangguan derau putih sehingga diperoleh bentuk gelombang dari tegangan dan arus yang cacat.

Bentuk gelombang dari tegangan dan arus yang cacat tersebut diatas kemudian disampling menjadi 16 sampel dalam satu siklus. Hasil sampel inilah yang kemudian dimasukkan sebagai data hasil pengukuran kedalam program yang telah dibuat dari Algoritma Filter Kalman Adaptif yang diaplikasikan pada rele jarak digital. Adapun hasil dari program adalah sebagai berikut ini :

Untuk selanjutnya akan disimulasikan suatu bentuk gelombang cacat 0.6 pU dengan sudut 0 seperti tampak pada Gambar 4.6. Dengan membagi 16 sampel untuk mendapatkan data samplingnya dalam satu siklus.

- Data Sistem

Untuk simulasi ini data sistem yang akan digunakan diasumsikan sendiri yaitu dengan asumsi :

- Frekuensi = 50 hz
- Resistansi Saluran = 0.0007 Ohm / km
- Induktansi Saluran = 0.000115 Ohm / km
- Panjang Saluran = 200 km
- Data Awal Tegangan Terganggu = 0.8 pu > 0
- Data Awal Arus Terganggu = 1.75 pu > 0

- Data Awal Tegangan Tak-Terganggu = 0.1 pu > 0
- Data Awal Arus Tak-Terganggu = 0.1 pu > 0
- Variansi Tegangan Terganggu = 0.6 pu
- Variansi Tegangan Tak-Terganggu = 0.1 pu
- Variansi Arus Terganggu = 1.75 pu
- Variansi Arus Tak-Terganggu = 0.6 pu

- Mean Square Error (MSE)

Hasil estimasi dari Filter Kalman Adaptif ini selanjutnya akan ditentukan mean square errornya dan kemudian dapat dibandingkan dengan hasil pengukuran cacat gelombang, sehingga akan tampak kemampuan filter tersebut.

Persamaan Mean Square Error ini dapat ditunjukkan sebagai berikut :

$$M.S.E = \sum_{n=1}^k (\text{estimasi}_k - \text{referensi}_k)^2 / k$$

Adapun hasil dari program adalah sebagai berikut :

Dibawah ini akan disimulasikan suatu bentuk gelombang tegangan cacat I sebesar 0.6 pu dengan sudut 0 yang ditunjukkan oleh Gambar 4.6.

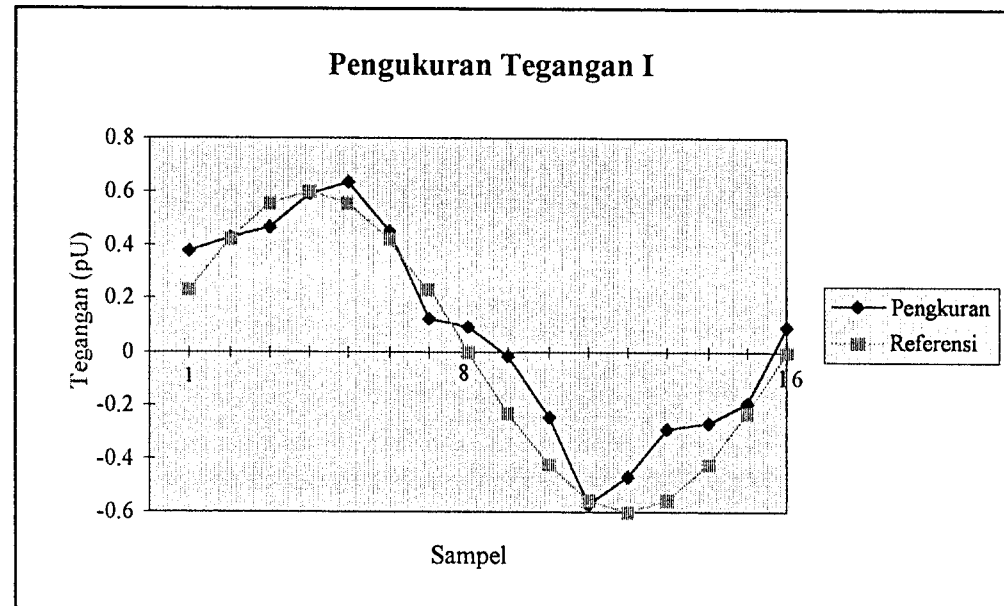
Dari bentuk gelombang tegangan cacat I, kemudian akan diambil data pengukurannya dengan membagi 16 sampel dalam satu siklus, hasilnya seperti tampak pada Gambar 4.7. dan hasil pengukuran dan perhitungan dari estimasi dengan Filter Kalman Adaptif untuk bentuk gelombang tegangan cacat I dapat ditunjukkan sebagai berikut :

Tabel 4-2. Hasil Perhitungan Simulasi Tegangan Cacat I

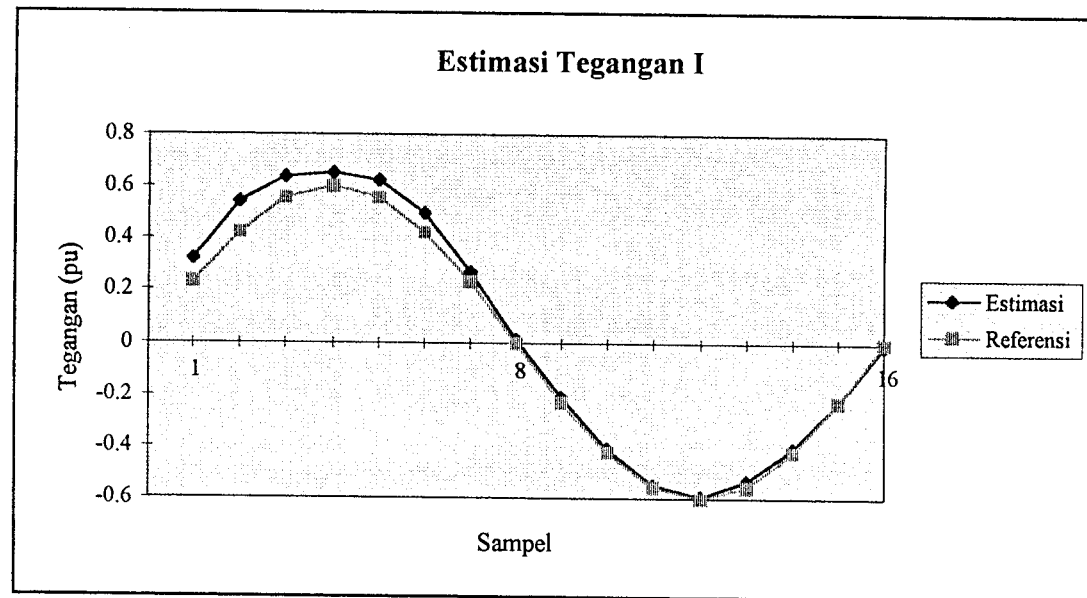
Sampel	Referensi	Hasil Pengukuran	Hasil Estimasi
1	2.2960e-001	3.7921e-001	3.1875e-001
2	4.2430e-001	4.3464e-001	5.4428e-001
3	5.5430e-001	4.6486e-001	6.3958e-001
4	6.0000e-001	5.9553e-001	6.5067e-001
5	5.5433e-001	6.3564e-001	6.2659e-001
6	4.2430e-001	4.5120e-001	4.9506e-001
7	2.2960e-001	1.2390e-001	2.6837e-001
8	0.0000e+000	9.2821e-002	1.3083e-002
9	-2.2960e-001	-1.6903e-002	-2.0777e-001
10	-4.2430e-001	-2.4740e-001	-4.0946e-001
11	-5.5430e-001	-5.6804e-001	-5.5171e-001
12	-6.0000e-001	-4.7046e-001	-5.9015e-001
13	-5.5430e-001	-2.9220e-001	-5.3658e-001
14	-4.2430e-001	-2.6791e-001	-4.0558e-001
15	-2.2960e-001	-1.9344e-001	-2.3192e-001
16	0.0000e+000	9.0000e-002	-1.1706e-002
Mean Square Error =		1.5857e-002	2.8562e-003

Dari hasil perhitungan estimasi dengan Filter Kalman Adaptif diatas dapat dilihat perbandingan antara hasil pengukuran dan hasil estimasi dengan referensi dimana didapatkan bentuk gelombang hasil estimasi yang mendekati referensi dengan harga mean square error yang lebih kecil.

Dalam bentuk grafik hasil sampel pengukuran gelombang tegangan cacat I dan hasil estimasi dapat ditunjukkan pada Gambar 4.7. dan Gambar 4.8. dimana terlihat



Gambar 4.7.
Hasil Pengukuran Gelombang Tegangan Cacat I



Gambar 4.8.
Hasil Estimasi Gelombang Tegangan Cacat I

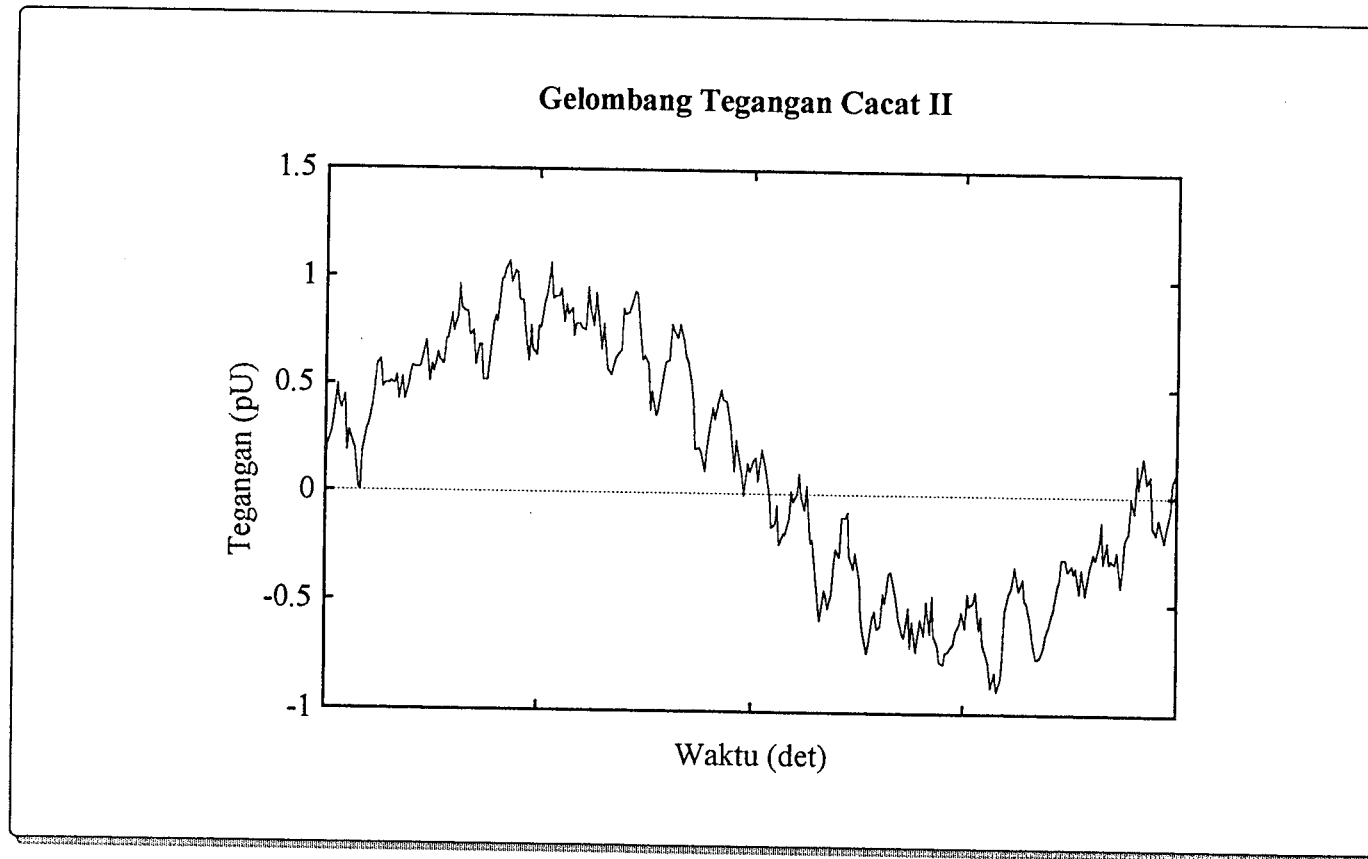
bahwa hasil estimasi membentuk gelombang yang lebih baik bila dibandingkan dengan hasil sampel pengukuran, sehingga cacat gelombang yang terjadi setelah diestimasi mengalami perbaikan.

Untuk mengetahui keandalan dari filtering dengan algoritma Filter Kalman Adaptif ini, maka penulis akan menguji dengan beberapa bentuk gelombang tegangan cacat lagi.

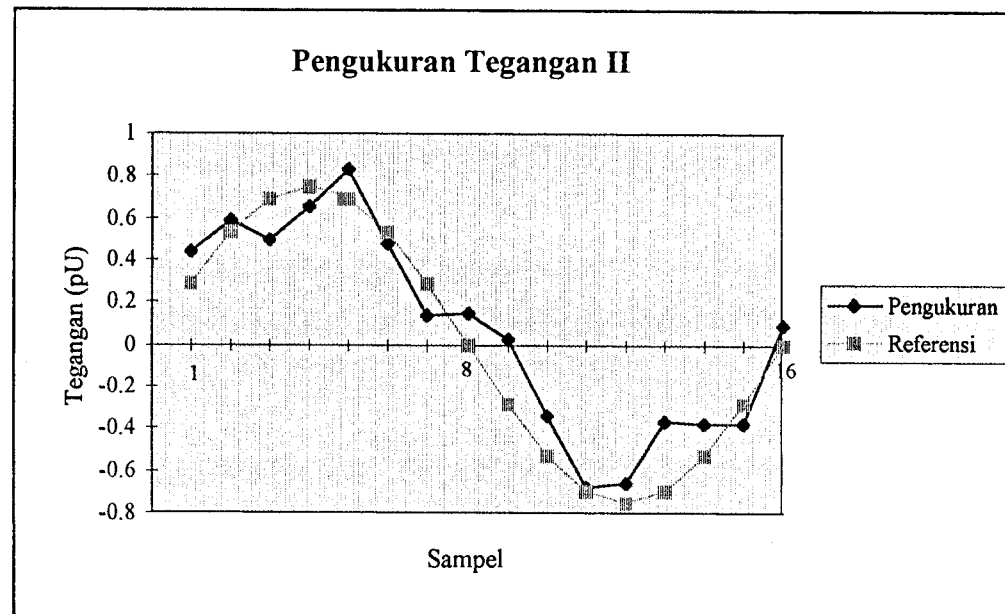
Gelombang tegangan cacat II tampak pada Gambar 4.9. yang mempunyai harga 0.75 pu dengan sudut 0. Hasil dari sampel pengukuran dan estimasi dengan algoritma Filter Kalman Adaptif untuk gelombang tegangan cacat II dapat dituliskan sebagai berikut :

Tabel 4-3. Hasil Perhitungan Simulasi Tegangan Cacat II

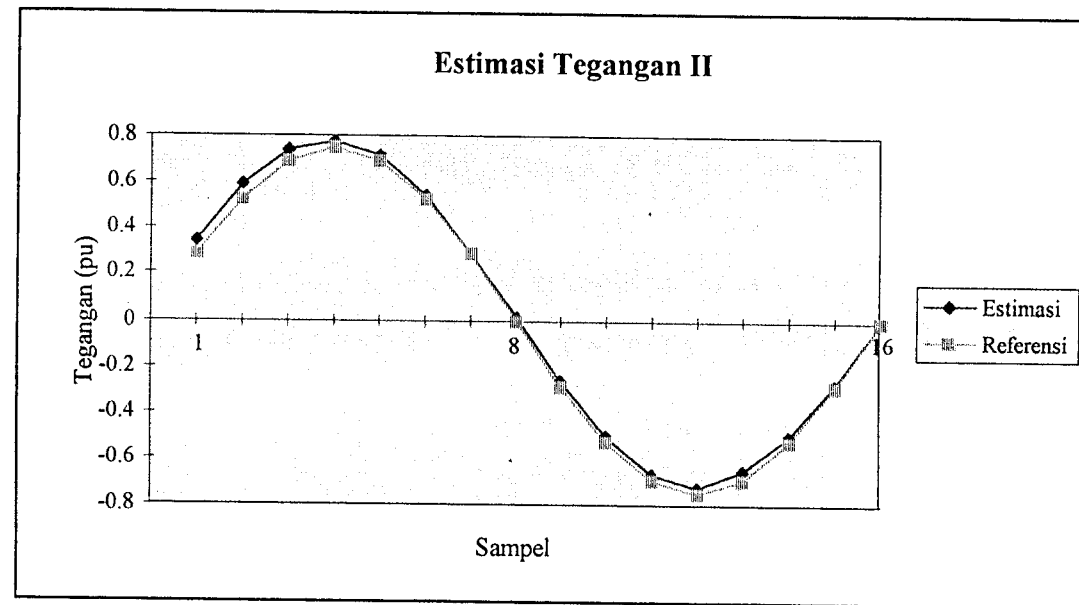
Sampel	Referensi	Hasil Pengukuran	Hasil Estimasi
1	2.8700e-001	4.3981e-001	3.4656e-001
2	5.3030e-001	5.8844e-001	5.9491e-001
3	6.9290e-001	4.9206e-001	7.4541e-001
4	7.5000e-001	6.5700e-001	7.7413e-001
5	6.9290e-001	8.3067e-001	7.1389e-001
6	5.3030e-001	4.7724e-001	5.4112e-001
7	2.8700e-001	1.3553e-001	2.8718e-001
8	0.0000e+001	1.4900e-001	1.0957e-002
9	-2.8700e-001	2.0602e-002	-2.6429e-001
10	-5.3030e-001	-3.4085e-001	-4.9843e-001
11	-6.9290e-001	-6.7685e-001	-6.6718e-001
12	-7.5000e-001	-6.5523e-001	-7.2658e-001
13	-6.9290e-001	-3.6735e-001	-6.5260e-001
14	-5.3030e-001	-3.7854e-001	-5.0016e-001
15	-2.8700e-001	-3.8260e-001	-2.8155e-001
16	0.0000e+001	8.9803e-002	-7.2238e-003
Mean Square Error =		2.6796e-002	1.0683e-003



Gambar 4.9.
Bentuk Gelombang Tegangan Cacat II



Gambar 4.10.
Hasil Pengukuran Gelombang Tegangan Cacat II



Gambar 4.11.
Hasil Estimasi Gelombang Tegangan Cacat II

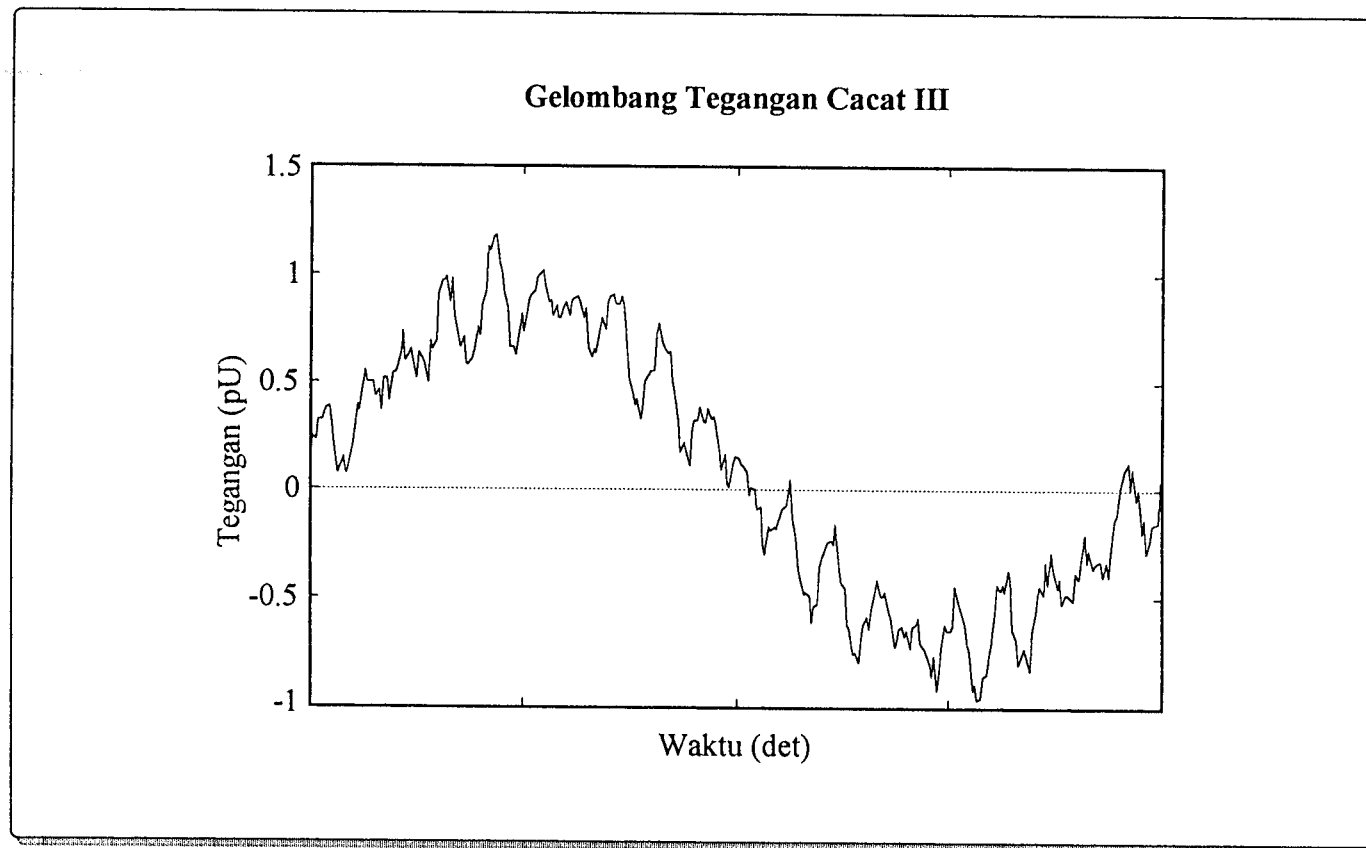
Dari hasil perhitungan estimasi dengan Filter Kalman Adaptif diatas dapat dilihat perbandingan antara hasil pengukuran dan hasil estimasi dengan referensi dimana didapatkan hasil estimasi yang mendekati referensi dengan harga mean square error yang lebih kecil.

Dalam bentuk grafik hasil sampel pengukuran gelombang tegangan cacat II dan hasil estimasinya ditunjukkan pada Gambar 4.10. dan Gambar 4.11. dimana terlihat bahwa hasil estimasi membentuk gelombang yang lebih baik bila dibandingkan dengan hasil sampel pengukuran, sehingga cacat gelombang yang terjadi setelah diestimasi mengalami perbaikan.

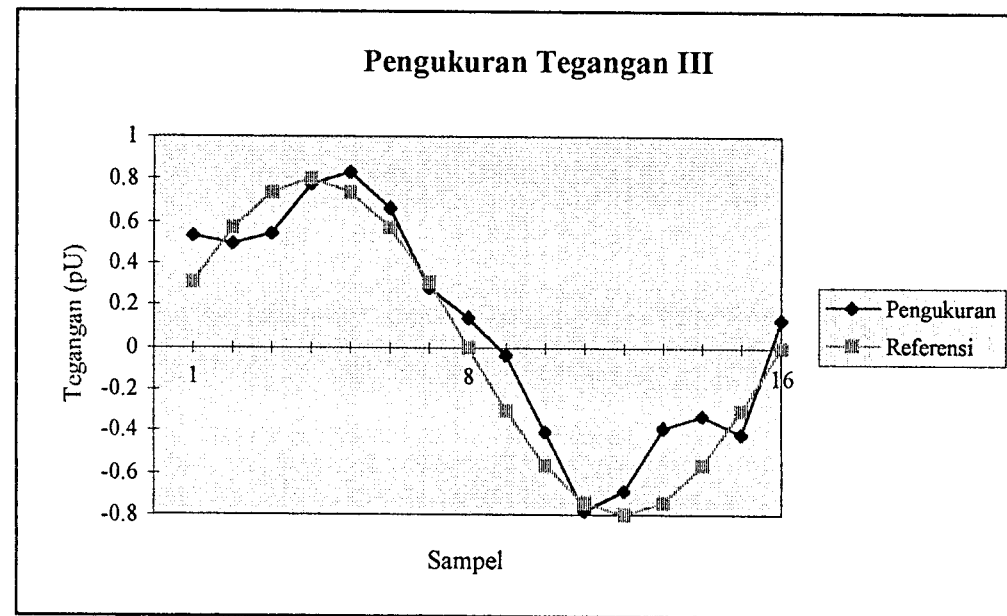
Selanjutnya akan diberikan gelombang tegangan cacat III sebesar 0.8 pu dengan sudut 0 yang tampak pada Gambar 4.12. Hasil perhitungan dari sampel pengukuran dan estimasi untuk gelombang tegangan cacat III dapat dituliskan sebagai berikut :

Tabel 4-4. Hasil Perhitungan Simulasi Tegangan Cacat III

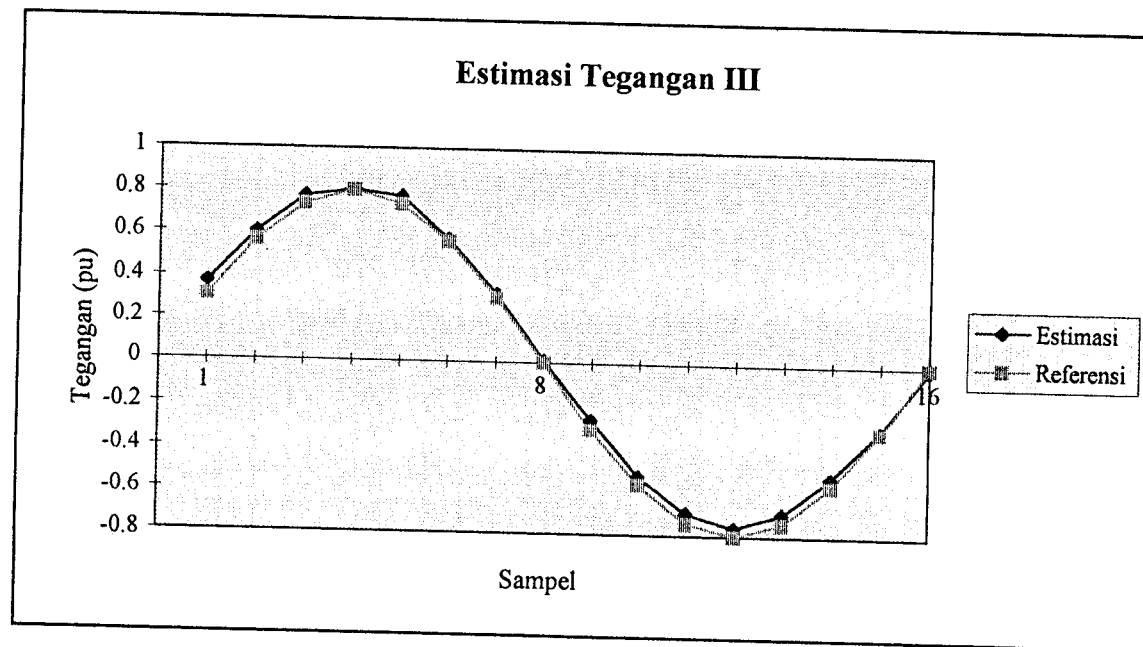
Sampel	Referensi	Hasil Pengukuran	Hasil Estimasi
1	3.0610e-001	5.2692e-001	3.7220e-001
2	5.6570e-001	4.9800e-001	6.0122e-001
3	7.3910e-001	5.4414e-001	7.7165e-001
4	8.0000e-001	7.7645e-001	8.0340e-001
5	7.3910e-001	8.3160e-001	7.7325e-001
6	5.6570e-001	6.5995e-001	5.7808e-001
7	3.0610e-001	2.7920e-001	3.2075e-001
8	0.0000e+000	1.3716e-001	6.0994e-003
9	-3.0610e-001	-3.9821e-002	-2.6413e-001
10	-5.6570e-001	-4.0805e-001	-5.2258e-001
11	-7.3910e-001	-7.8592e-001	-6.9937e-001
12	-8.0000e-001	-6.8590e-001	-7.6053e-001
13	-7.3910e-001	-3.8454e-001	-6.9667e-001
14	-5.6570e-001	-3.2875e-001	-5.2405e-001
15	-3.0610e-001	-4.1313e-001	-2.9648e-001
16	0.0000e+000	1.2462e-001	-8.0838e-003
Mean Square Error =		2.8046e-002	1.1700e-003



Gambar 4.12.
Bentuk Gelombang Tegangan Cacat III



Gambar 4.13.
Hasil Pengukuran Gelombang Tegangan Cacat III



Gambar 4.14.
Hasil Estimasi Gelombang Tegangan Cacat III

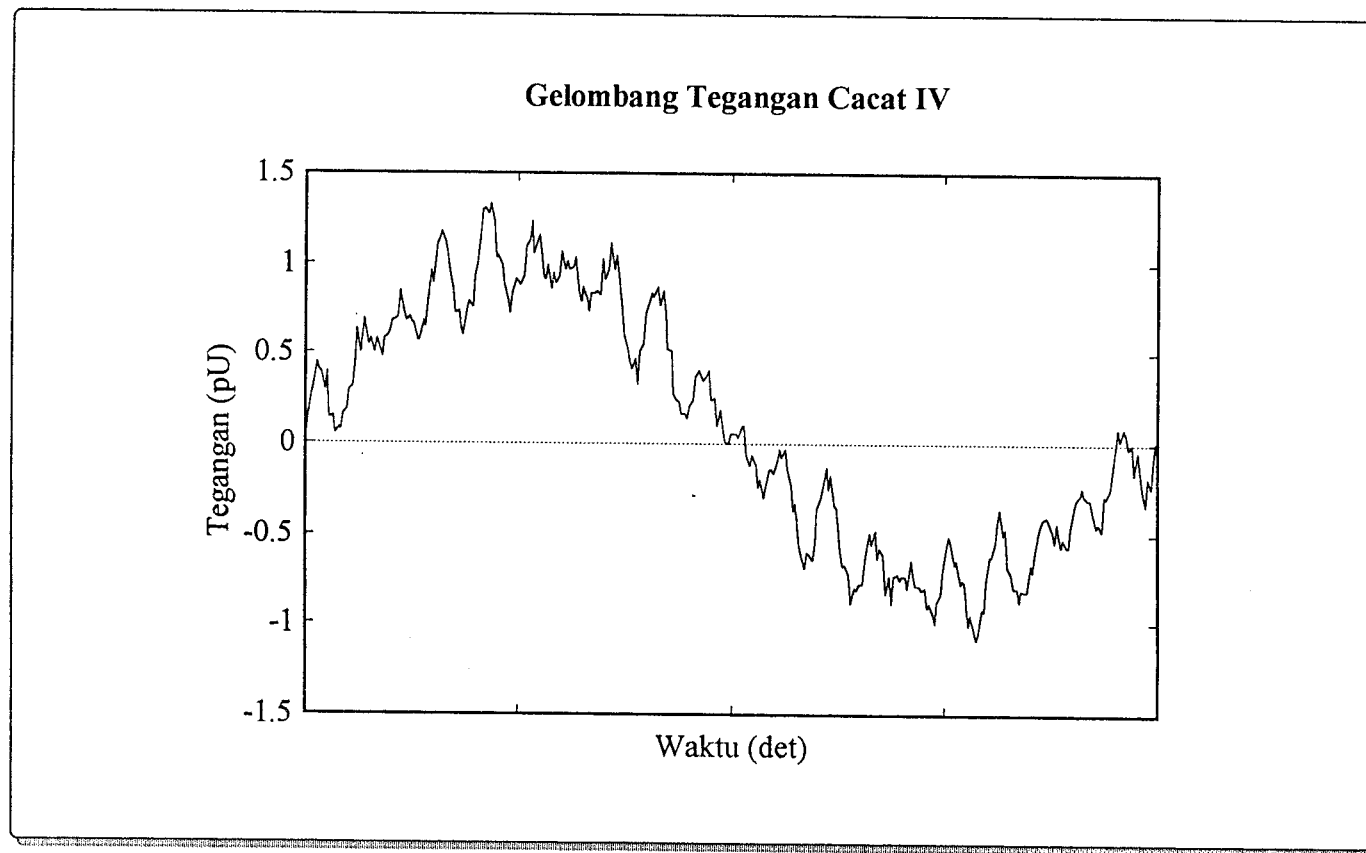
Dari hasil perhitungan estimasi dengan Filter Kalman Adaptif diatas dapat dilihat perbandingan antara hasil pengukuran dan hasil estimasi dengan referensi dimana didapatkan hasil estimasi yang mendekati referensi.

Dalam bentuk grafik hasil sampel pengukuran gelombang tegangan cacat III dan hasil estimasi dapat ditunjukkan pada Gambar 4.13. dan Gambar 4.14. dimana terlihat bahwa hasil estimasi membentuk gelombang yang lebih baik bila dibandingkan dengan hasil sampel pengukuran, sehingga cacat gelombang yang terjadi setelah diestimasi mengalami perbaikan.

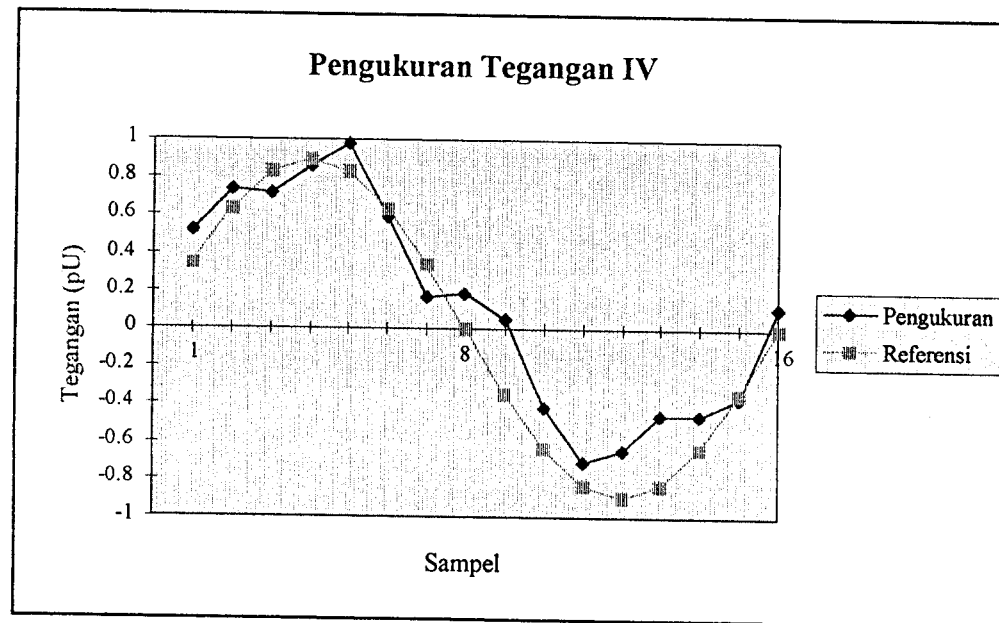
Selanjutnya akan diberikan lagi gelombang tegangan cacat IV sebesar 0.9 pu dengan sudut 0 yang tampak pada Gambar 4.15. Hasil perhitungan dari sampel pengukuran dan estimasi untuk gelombang tegangan cacat IV dapat dituliskan sebagai berikut :

Tabel 4-5. Hasil Perhitungan Simulasi Tegangan Cacat IV

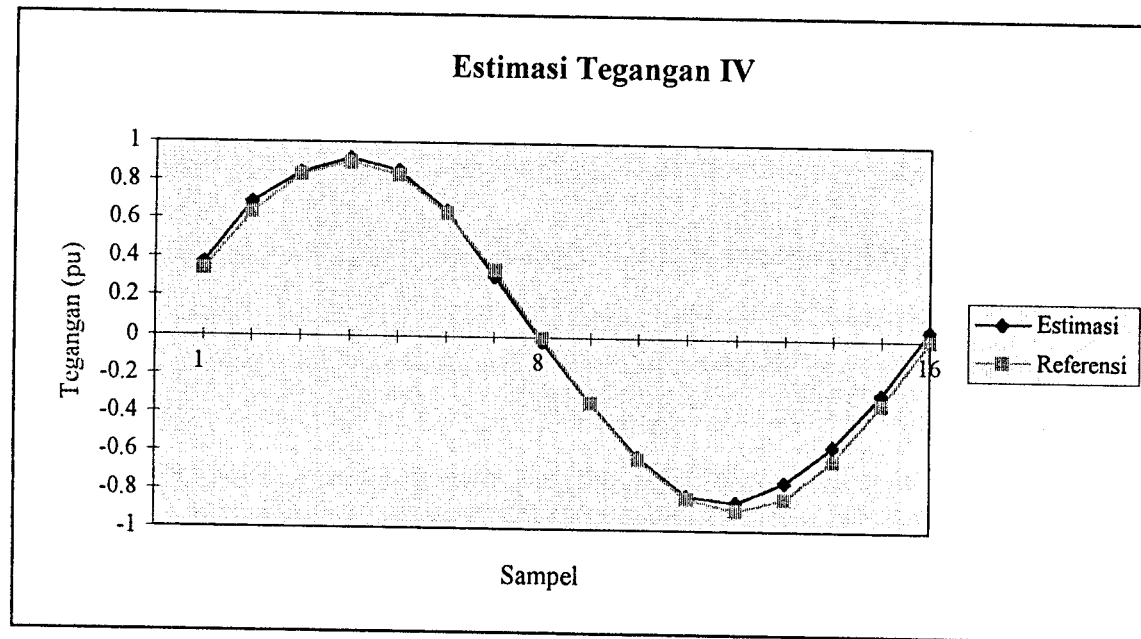
Sampel	Referensi	Hasil Pengukuran	Hasil Estimasi
1	3.4440e-001	5.2073e-001	3.7650e-001
2	6.3640e-001	7.3614e-001	6.8255e-001
3	8.3150e-001	7.1720e-001	8.4571e-001
4	9.0000e-001	8.6326e-001	9.1523e-001
5	8.3150e-001	9.7410e-001	8.5398e-001
6	6.3640e-001	5.9246e-001	6.4057e-001
7	3.4440e-001	1.7015e-001	3.0991e-001
8	0.0000e+000	1.9257e-001	-2.6669e-002
9	-3.4440e-001	5.4121e-002	-3.4477e-001
10	-6.3640e-001	-4.1362e-001	-6.2704e-001
11	-8.3150e-001	-7.0464e-001	-8.2175e-001
12	-9.0000e-001	-6.4440e-001	-8.5853e-001
13	-8.3150e-001	-4.6105e-001	-7.5130e-001
14	-6.3640e-001	-4.5366e-001	-5.6418e-001
15	-3.4440e-001	-3.6304e-001	-2.9224e-001
16	0.0000e+000	1.0991e-001	4.2480e-002
Mean Square Error =		3.8633e-002	1.5059e-003



Gambar 4.15.
Bentuk Gelombang Tegangan Cacat IV



Gambar 4.16.
Hasil Pengukuran Gelombang Tegangan Cacat IV



Gambar 4.17.
Hasil Estimasi Gelombang Tegangan Cacat IV

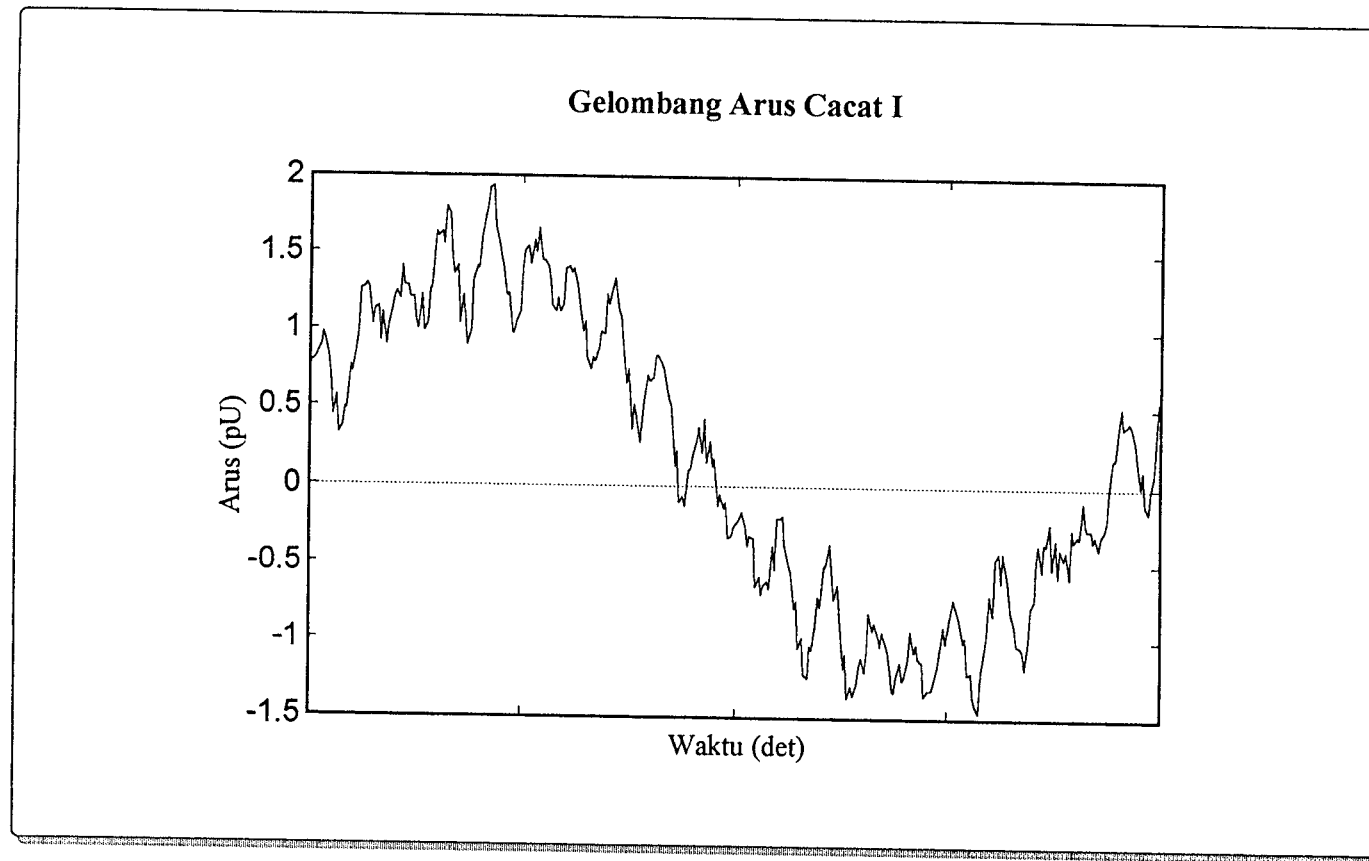
Dari hasil perhitungan estimasi dengan Filter Kalman Adaptif diatas dapat dilihat perbandingan antara hasil pengukuran dan hasil estimasi dengan referensi dimana didapatkan hasil estimasi yang mendekati referensi.

Dalam bentuk grafik hasil sampel pengukuran gelombang tegangan cacat IV dan hasil estimasi dapat ditunjukkan pada Gambar 4.16. dan Gambar 4.17. dimana terlihat bahwa hasil estimasi membentuk gelombang yang lebih baik bila dibandingkan dengan hasil sampel pengukuran, sehingga cacat gelombang yang terjadi setelah diestimasi mengalami perbaikan.

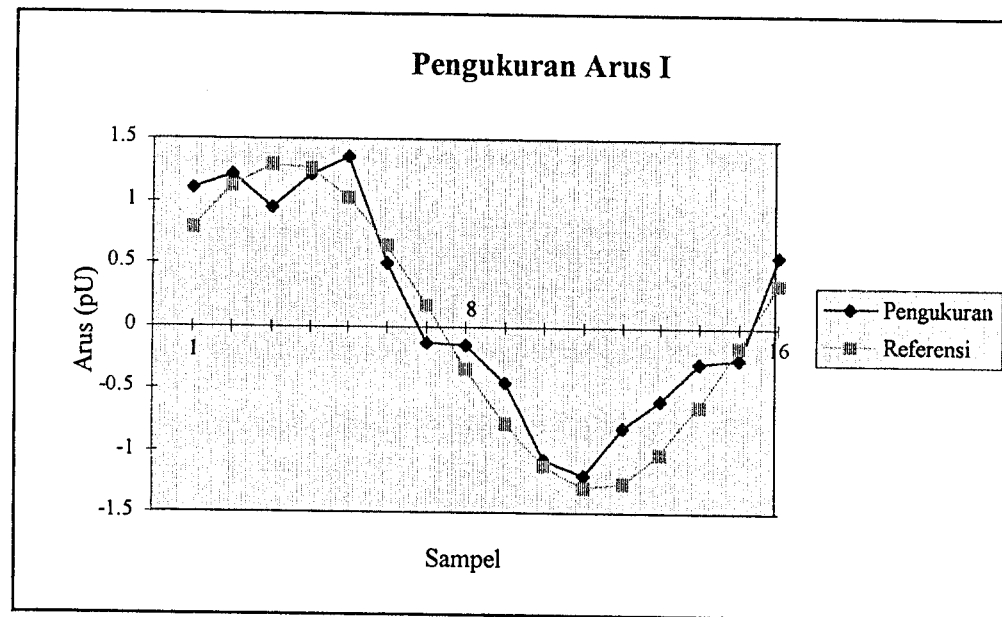
Berikut ini akan diberikan gelombang arus cacat I sebesar 1.3 pu dengan sudut $\pi/12$ yang dapat dilihat pada Gambar 4.18. Hasil perhitungan dari sampel pengukuran dan estimasi untuk gelombang arus cacat I dapat dituliskan sebagai berikut :

Tabel 4-6. Hasil Perhitungan Simulasi Arus Cacat I

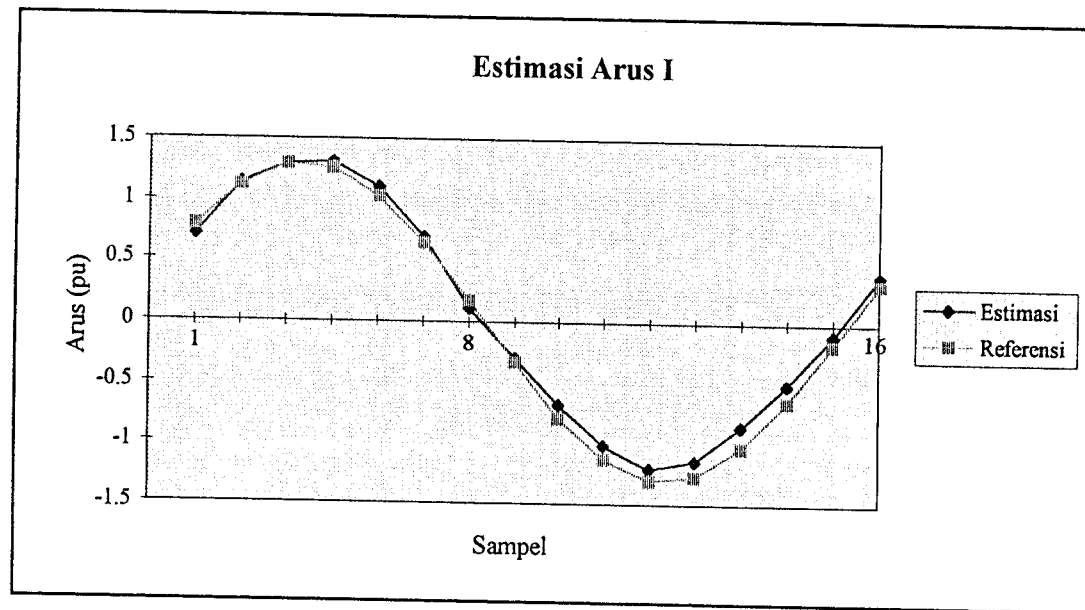
Sampel	Referensi	Hasil Pengukuran	Hasil Estimasi
1	7.9143e-001	1.0984e+000	7.0467e-001
2	1.1258e+000	1.2145e+000	1.1365e+000
3	1.2889e+000	9.5162e-001	1.2990e+000
4	1.2557e+000	1.2126e+000	1.3057e+000
5	1.0314e+000	1.3500e+000	1.1116e+000
6	6.5000e-001	4.9493e-001	6.8718e-001
7	1.6970e-001	-1.3175e-001	1.1221e-001
8	-3.3650e-001	-1.4746e-001	-3.0656e-001
9	-7.9143e-001	-4.4898e-001	-6.7537e-001
10	-1.1258e+000	-1.0690e+000	-1.0144e+000
11	-1.2889e+000	-1.1909e+000	-1.1936e+000
12	-1.2557e+000	-8.2112e-001	-1.1341e+000
13	-1.0314e+000	-5.8970e-001	-8.4831e-001
14	-6.5000e-001	-2.8944e-001	-5.0276e-001
15	-1.6970e-001	-2.6565e-001	-9.1096e-002
16	3.3650e-001	5.5870e-001	3.9886e-001
Mean Square Error =		7.3287e-002	8.5784e-003



Gambar 4.18.
Bentuk Gelombang Arus Cacat I



Gambar 4.19.
Hasil Pengukuran Gelombang Arus Cacat I



Gambar 4.20.
Hasil Estimasi Gelombang Arus Cacat I

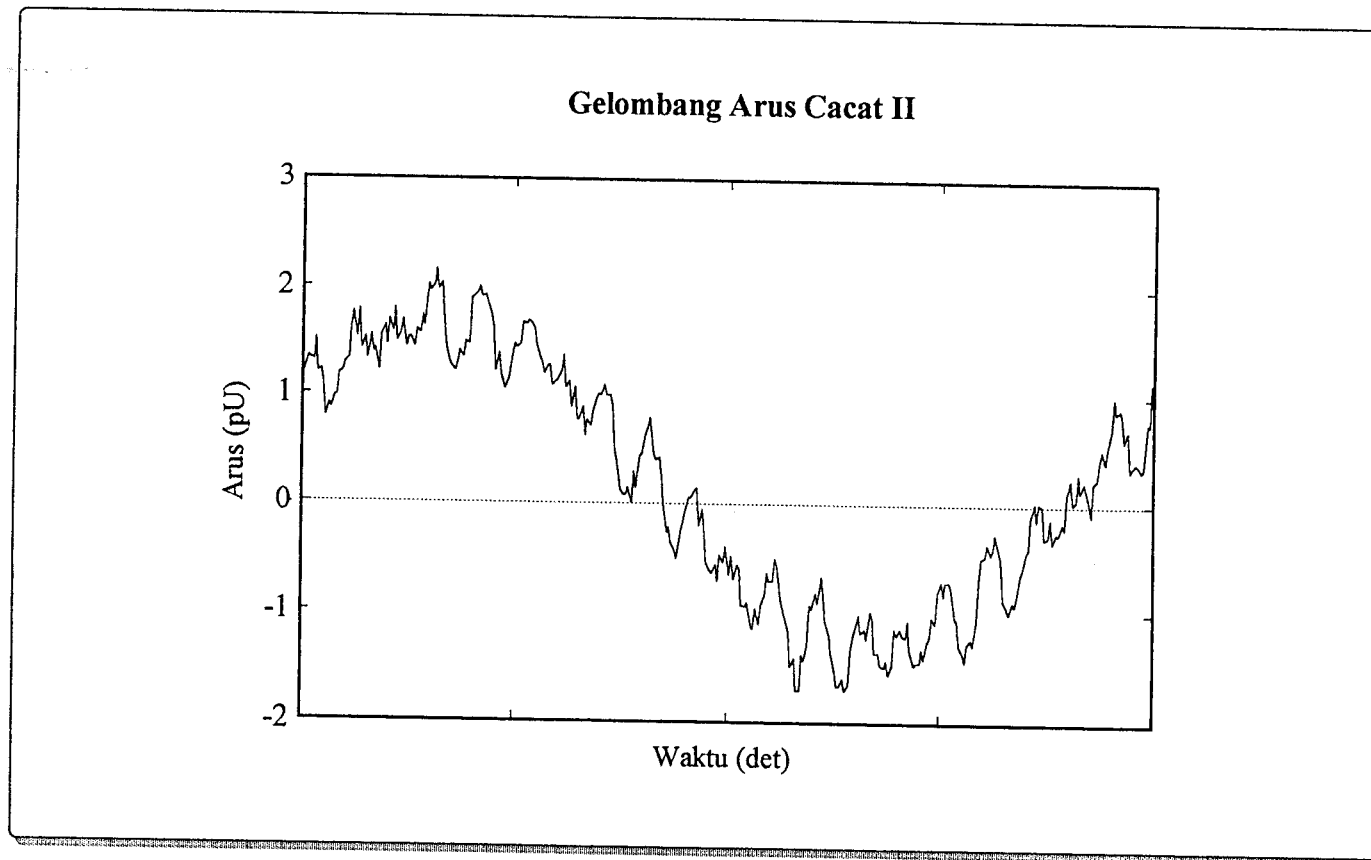
Dari hasil perhitungan estimasi dengan Filter Kalman Adaptif diatas dapat dilihat perbandingan antara hasil pengukuran dan hasil estimasi dengan referensi dimana didapatkan hasil estimasi yang mendekati referensi.

Dalam bentuk grafik hasil sampel pengukuran gelombang arus cacat I dan hasil estimasi dapat ditunjukkan pada Gambar 4.19. dan Gambar 4.20. dimana terlihat bahwa hasil estimasi membentuk gelombang yang lebih baik bila dibandingkan dengan hasil sampel pengukuran, sehingga cacat gelombang yang terjadi setelah diestimasi mengalami perbaikan.

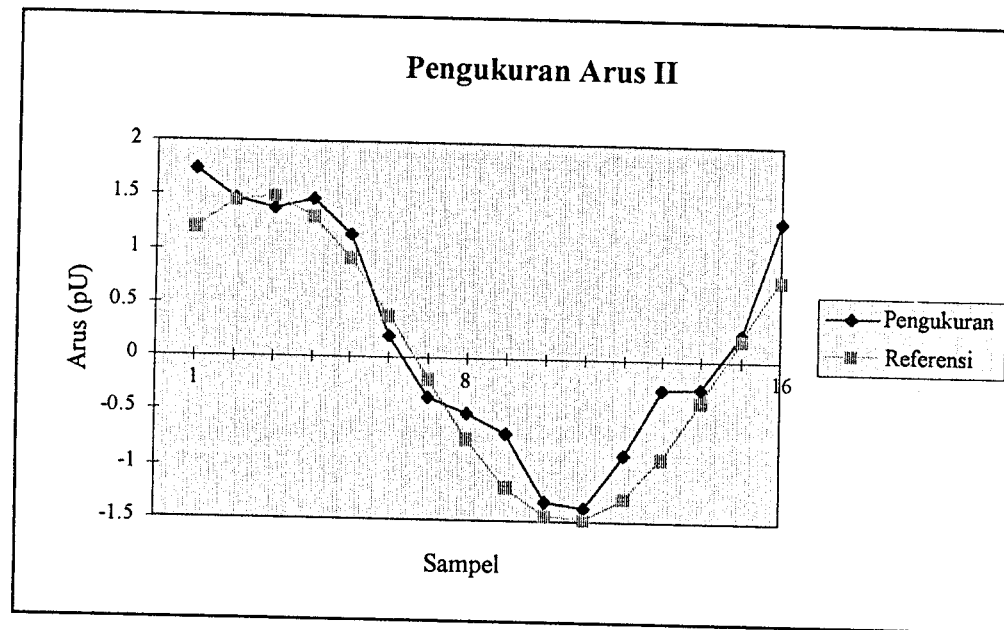
Selanjutnya akan diberikan gelombang arus cacat II sebesar 1.5 pu dengan sudut $\pi/6$ yang tampak pada Gambar 4.21. Hasil perhitungan dari sampel pengukuran dan estimasi untuk gelombang arus cacat II dapat dituliskan sebagai berikut :

Tabel 4-7. Hasil Perhitungan Simulasi Arus Cacat II

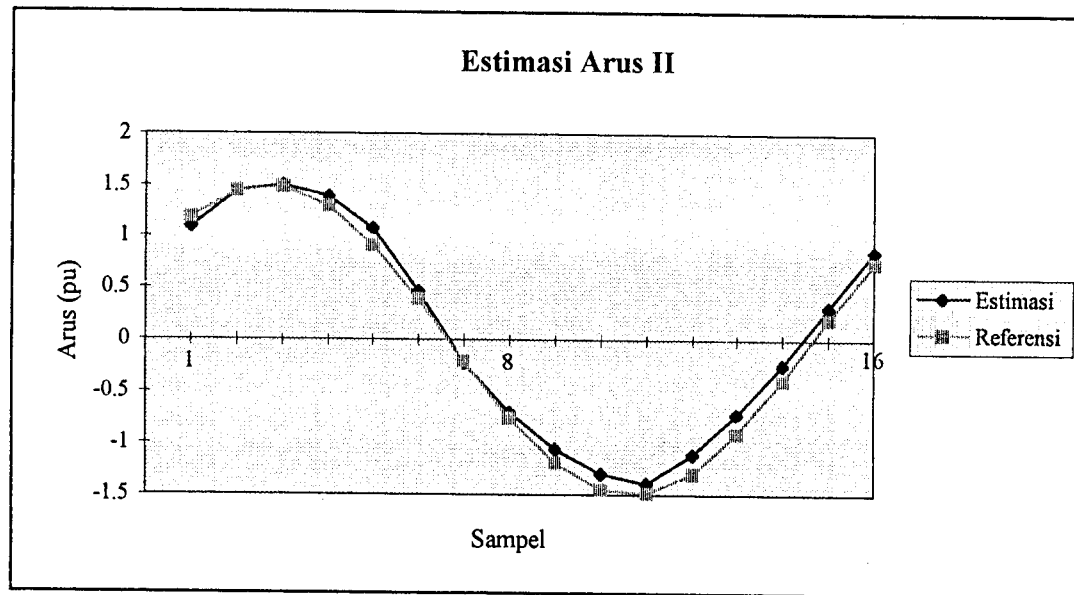
Sampel	Referensi	Hasil Pengukuran	Hasil Estimasi
1	1.1900e+000	1.7408e+000	1.1016e+000
2	1.4489e+000	1.4755e+000	1.4448e+000
3	1.4872e+000	1.3844e+000	1.5043e+000
4	1.2990e+000	1.4769e+000	1.3861e+000
5	9.1312e-001	1.1388e+000	1.0749e+000
6	3.8824e-001	1.9695e-001	4.5580e-001
7	-1.9585e-001	-3.6618e-001	-2.2729e-001
8	-7.5006e-001	-5.1098e-001	-6.9995e-001
9	-1.1900e+000	-6.9117e-001	-1.0581e+000
10	-1.4489e+000	-1.3211e+000	-1.2962e+000
11	-1.4872e+000	-1.3703e+000	-1.3843e+000
12	-1.2990e+000	-8.8245e-001	-1.1169e+000
13	-9.1314e-001	-2.7555e-001	-7.1706e-001
14	-3.8827e-001	2.5512e-001	-2.3783e-001
15	1.9582e-001	2.6344e-001	3.1336e-001
16	7.5004e-001	1.3028e+000	8.5794e-001
Mean Square Error =		1.0668e-001	1.3810e-002



Gambar 4.21.
Bentuk Gelombang Arus Cacat II



Gambar 4.22.
Hasil Pengukuran Gelombang Arus Cacat II



Gambar 4.23.
Hasil Estimasi Gelombang Arus Cacat II

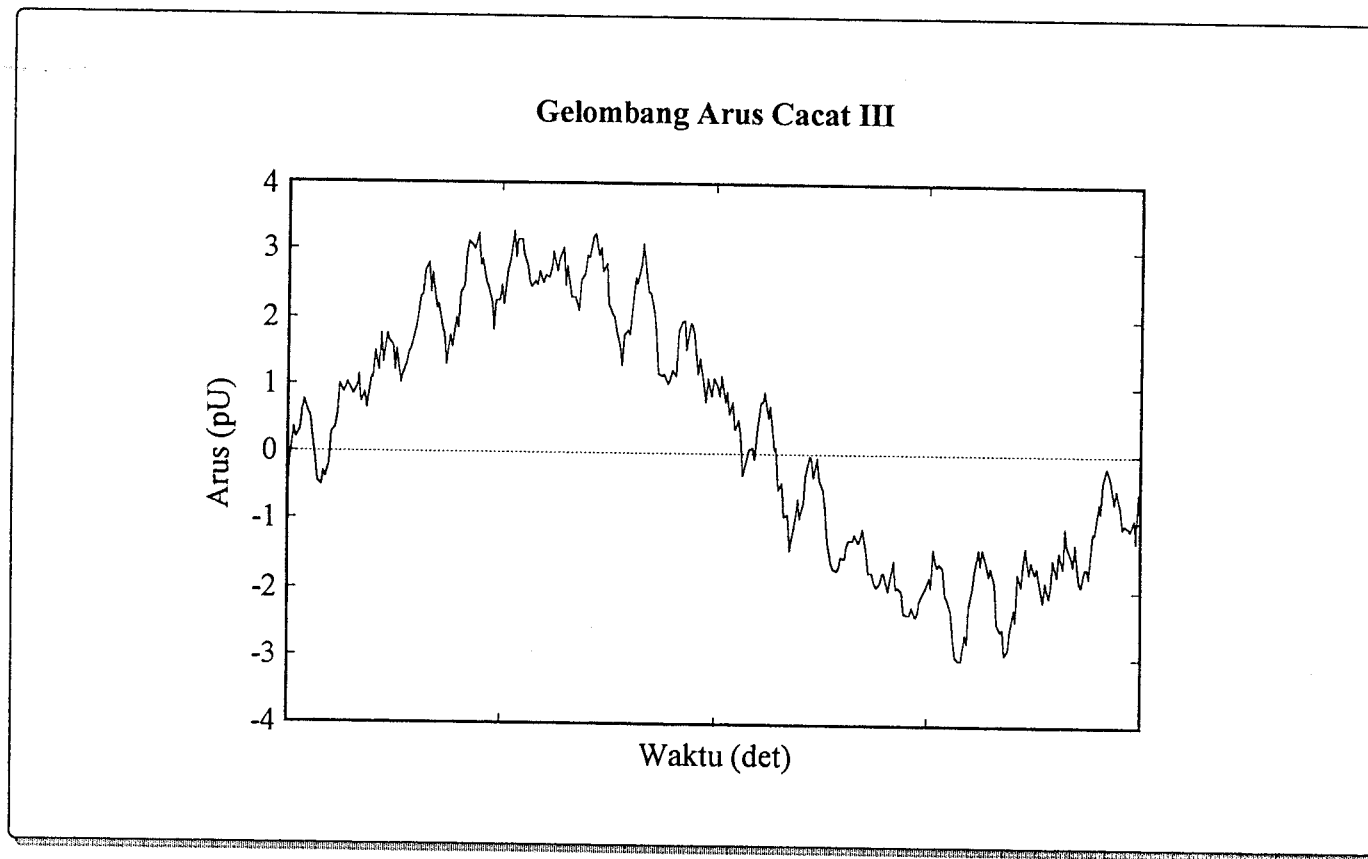
Dari hasil perhitungan estimasi dengan Filter Kalman Adaptif diatas dapat dilihat perbandingan antara hasil pengukuran dan hasil estimasi dengan referensi dimana didapatkan hasil estimasi yang mendekati referensi.

Dalam bentuk grafik hasil sampel pengukuran gelombang arus cacat II dan hasil estimasi dapat ditunjukkan pada Gambar 4.22. dan Gambar 4.23. dimana terlihat bahwa hasil estimasi membentuk gelombang yang lebih baik bila dibandingkan dengan hasil sampel pengukuran, sehingga cacat gelombang yang terjadi setelah diestimasi mengalami perbaikan.

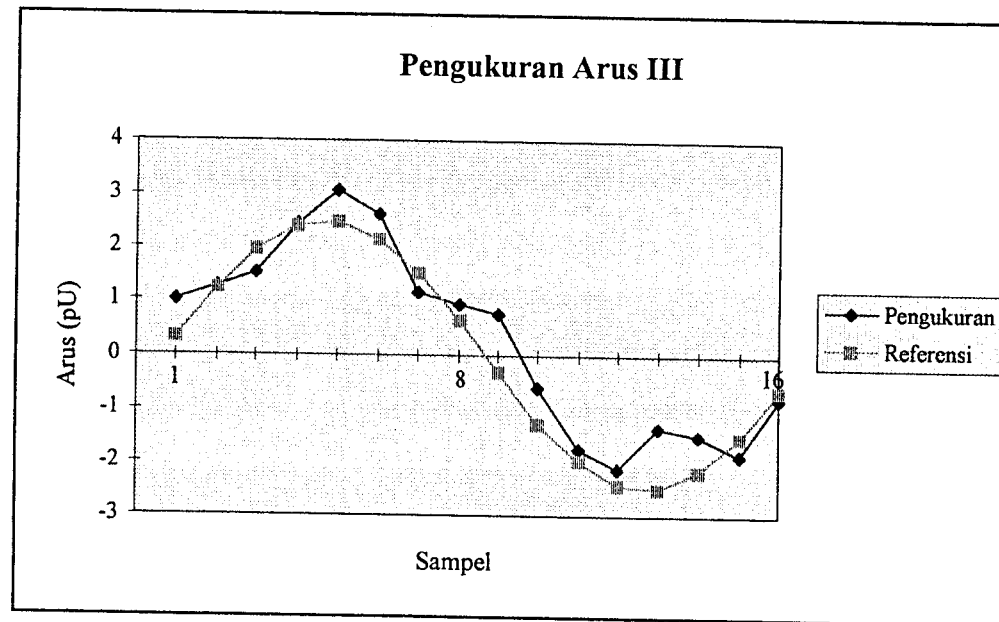
Selanjutnya akan diberikan gelombang arus cacat III sebesar 2.5 pu dengan sudut $-\pi/12$ yang dapat dilihat pada Gambar 4.24. Hasil perhitungan dari sampel pengukuran dan estimasi untuk gelombang arus cacat III dapat dituliskan sebagai berikut :

Tabel 4-8. Hasil Perhitungan Simulasi Arus Cacat III

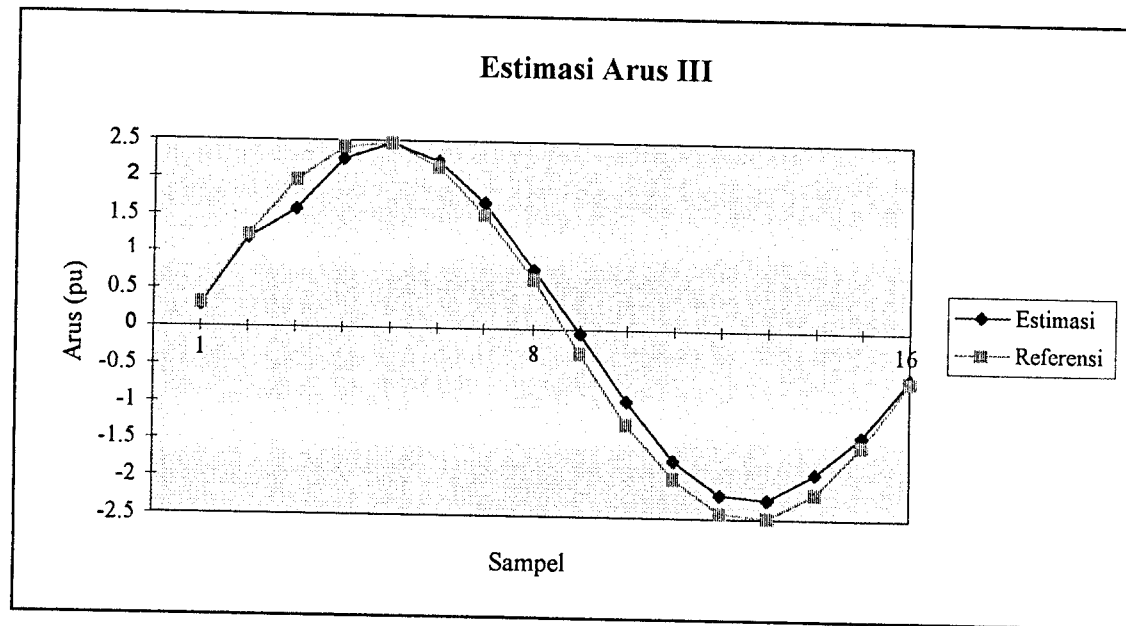
Sampel	Referensi	Hasil Pengukuran	Hasil Estimasi
1	3.2631e-001	1.0220e+000	2.8966e-001
2	1.2500e+000	1.2598e+000	1.1912e+000
3	1.9834e+000	1.5187e+000	1.5788e+000
4	2.4148e+000	2.4655e+000	2.2759e+000
5	2.4786e+000	3.0776e+000	2.4781e+000
6	2.1651e+000	2.6392e+000	2.2265e+000
7	1.5219e+000	1.1723e+000	1.6738e+000
8	6.4702e-001	9.3013e-001	7.8500e-001
9	-3.2631e-001	7.7464e-001	-4.0916e-002
10	-1.2500e+000	-5.9062e-001	-9.4631e-001
11	-1.9834e+000	-1.7442e+000	-1.7274e+000
12	-2.4148e+000	-2.1134e+000	-2.1810e+000
13	-2.4786e+000	-1.3463e+000	-2.2296e+000
14	-2.1651e+000	-1.4893e+000	-1.9025e+000
15	-1.5219e+000	-1.8440e+000	-1.3848e+000
16	-6.4703e-001	-7.8742e-001	-6.1617e-001
Mean Square Error =		3.2160e-001	4.2390e-002



Gambar 4.24.
Bentuk Gelombang Arus Cacat III



Gambar 4.25.
Hasil Pengukuran Gelombang Arus Cacat III



Gambar 4.26.
Hasil Estimasi Gelombang Arus Cacat III

Dari hasil perhitungan estimasi dengan Filter Kalman Adaptif diatas dapat dilihat perbandingan antara hasil pengukuran dan hasil estimasi dengan referensi dimana didapatkan hasil estimasi yang mendekati referensi.

Dalam bentuk grafik hasil sampel pengukuran gelombang arus cacat III dan hasil estimasi tampak pada Gambar 4.25. dan Gambar 4.27. dimana terlihat bahwa hasil estimasi membentuk gelombang yang lebih baik bila dibandingkan dengan hasil sampel pengukuran, sehingga cacat gelombang yang terjadi setelah diestimasi mengalami perbaikan.

Hasil lengkap dari hasil perhitungan simulasi dengan Algoritma Filter Kalman Adaptif untuk harga mean square errornya ditunjukkan pada Tabel 4.9. berikut :

Tabel 4-9. Hasil Perhitungan Mean Square Error

REFERENSI	PENGUKURAN	ESTIMASI
0.60 < 0.0°	1.5857E-002	2.8562E-003
0.75 < 0.0°	2.6796E-002	1.0683E-003
0.80 < 0.0°	2.8046E-002	1.1700E-003
0.90 < 0.0°	3.8633E-002	1.5059E-003
1.30 < 15.0°	7.3287E-002	8.5784E-003
1.50 < 30.0°	1.0668E-001	1.3810E-002
2.50 < -15.0°	3.2160E-001	4.2390E-002

BAB V

PENUTUP

V.1. KESIMPULAN

Berdasarkan analisa-analisa terhadap hasil perhitungan simulasi menggunakan Filter Kalman Adaptif yang telah dilakukan dapat diperoleh kesimpulan bahwa :

- ☑ Filter Kalman Adaptif sesuai untuk mengestimasi tegangan dan arus pada saat sistem mengalami gangguan yang dapat dinilai dari *mean square error* yang cukup kecil.
- ☑ Hasil estimasi dengan Filter Kalman Adaptif, dibandingkan dengan hasil pengukuran, lebih mendekati bentuk gelombang referensinya dan hasil ini selanjutnya dapat dipakai untuk menentukan lokasi gangguan yang terjadi pada saluran transmisi lebih akurat.
- ☑ Filter Kalman Adaptif sangat baik untuk sistem yang mempunyai variansi gangguan yang besar, hal ini cocok sekali dengan karakteristik besaran-besaran gangguan pada saluran transmisi pada saat terjadi gangguan.

V.2. SARAN

Untuk memperbaiki harga estimasi penulis menyarankan untuk mengubah harga dari tegangan dan arus serta mengubah harga kesalahan kovariansinya. Disamping itu perlu dicoba dengan mengubah parameter- parameter saluran transmisi.

Untuk memperbaiki harga estimasi pada Filter Kalman Adaptif sebaiknya data awal estimasi dibuat sama, jadi yang dibedakan hanya harga variansi dan error kovarian awal.

Penulis berharap semoga tulisan ini bermanfaat bagi pembaca, dapat memberikan tambahan ilmu pengetahuan utamanya untuk bidang Teknik Sistem Tenaga.

DAFTAR PUSTAKA

-
- [1] A.A. Girgis, "*A New Kalman Filtering Based Digital Distance Relay*" ,IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems, Vol.PAS-101 No. 9, September 1982.
 - [2] A.A. Girgis and R.G.Brown, "*Modeling Of Fault Induced Noise Signals For Computer Relaying Applications*" , IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems, Vol. PAS-102, No.9, 1983, pp.2381-2841.
 - [3] A.A. Girgis and R.G.Brown, "*Adaptive Kalman Filtering In Computer Relaying : Fault Classification Using Voltage Models*" , IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems, Vol. PAS-104, No.5, May 1985.
 - [4] A.A. Girgis and Elham B. Makram, "*Application Of Adaptive Kalman Filtering In Fault Classification, Distance Protection, And Fault Location Using Microprosesor*" , IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems, Vol. 3, No.1, February 1988.
 - [5] A.A. Girgis and David G. Hart, "*Implementation Of Kalman And Adaptive Kalman Filtering Algoritma For Digital Distance Protection On A Vector Signal Processor*" , IEEE Transactions on Power Delivery, Vol .4, No.1, January 1989.
 - [6] Berlin Saragih, "*Metoda Penentuan Lokasi Gangguan Hubung Singkat Berdasarkan Tegangan Dan Arus Pengukuran Rele Impedansi Digital*" , Thesis Megister, Program Pasca Sarjana, Institut Teknologi Bandung, Bandung April 1994.
 - [7] B.D.O. Anderson and J.B. Moore, "*Optimal Filtering*" , Prentice-Hall, Inc.,1979.
 - [8] D.T. Magill, "*Optimal Adaptive Estimation Of Sampled Stochastic Processed*",IEEE Transaction on Automatic Control, AC-10, pp. 434-439, October 1965.
 - [9] IEEE Commitee Report, "*Bibliography Of Relay Literature*" , IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems, Vol. PAS-102, No.4, April 1983.
 - [10] M.S. Sachdev and M.A. Baribeau, "*A New Algoritma For Digital Impedance Relays*" , IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems, Vol. PAS-98, No.6, November/December 1979, pp.2232-2240.

- [11] Margo Pujiantara, "*Studi Aplikasi Filter Kalman Diskrit Dan Filter Kalman Adaptif Untuk Perbaikan Cacat Gelombang Arus dan Tegangan Gangguan Sebagai Masukan Penentu Lokasi Gangguan*", Thesis Megister, Program Pasca Sarjana, Institut Teknologi Bandung, Bandung 1994.
- [12] P.A.Crossly and P.G. McLaren, "*Distance Protection Based on Travelling Waves*", IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems, Vol. PAS-102, No.9, November 1979.
- [13] R.G. Brown, "*Intorduction To Random Signals And Applied Kalman Filtering*", John Wiley & Son, Inc., 1992.

```

%=====
%      PROGRAM ESTIMASI TEGANGAN DAN ARUS PADA OFF-LINE      %
%      MENGGUNAKAN FILTER KALMAN ADAPTIF                      %
%=====

```

```

%-----%
% Data Sistem %
%-----%

```

```

F   = 50.0;
R1  = 0.0007;
L1  = 0.000115;
RF  = 0.00;
d   = 200;

```

```

%-----%
% Data-Data Awal %
%-----%

```

```

%--- Model Terganggu ---%

```

```

AKV = 0.6;
AKI = 3.0625;

```

```

PP1 = 0.6;
PP1A = 3.0625;

```

```

X1P1 = 0.0;
X2P1 = -0.8;
X3P1 = 0.0;
X4P1 = -1.75;
X5P1 = 0.0;

```

```

%--- Model Tak-Terganggu ---%

```

```

AKVad = 0.1;
AKIad = 0.3;

```

```

PP1ad = 0.1;
PP1Aad = 0.6;

```

```

X1P = 0.0;
X2P = -1.0;
X3P = 0.0;
X4P = -1.0;

```

```

%-----%
%      PERHITUNGAN HARGA K(k) DAN H(k)      %
%      PADA OFF LINE UNTUK MODEL TERGANGGU  %
%=====

```

```

%----- Tegangan Terganggu -----%

```

```

T1 = 0.5 * (L1*d) / (R1*d+RF)      ;
T  = 1/(F*16);
W  = 2*F*pi      ;

```

```

PLUK = 1.0;
H3 = 1.0;

```

```

for m = 1:3;
    for n = 1:3;
        P1A(m,n) = 0.0;
        P1(m,n) = 0.0;
        FLUKS(m,n) = 0.0;

        if m == n;
            P1(m,n) = PP1;
            P1A(m,n) = PP1A;
            FLUKS(m,n) = PLUK;
        end;
    end;
end;

FLUKS(3,3) = exp(-T/T1);

for k = 1:16;
    R(k) = AKV*exp(-k*T/T1);
    H1(k) = cos(W*k*T);
    H2(k) = -sin(W*k*T);
    P11HT = P1(1,1)*H1(k)+P1(1,2)*H2(k);
    P12HT = P1(2,1)*H1(k)+P1(2,2)*H2(k);
    HP1HT = H1(k)*P11HT+H2(k)*P12HT+R(k);

    AK1(k) = P11HT/HP1HT;
    AK2(k) = P12HT/HP1HT;

    AKH = 1-AK1(k)*H1(k);
    BKH = 0-AK1(k)*H2(k);
    CKH = 0-AK2(k)*H1(k);
    DKH = 1-AK2(k)*H2(k);

    P(1,1) = AKH*P1(1,1)+BKH*P1(2,1);
    P(1,2) = AKH*P1(1,2)+BKH*P1(2,2);
    P(2,1) = CKH*P1(1,1)+DKH*P1(2,1);
    P(2,2) = CKH*P1(1,2)+DKH*P1(2,2);

    for m = 1:2;
        for n = 1:2;
            P1(m,n) = P(m,n);
        end;
    end;
end;

```

%----- ARUS TERGANGGU -----%

```

RA(k) = AKI*exp(-k*T/T1);
P11HTA = P1A(1,1)*H1(k) + P1A(1,2)*H2(k) + P1A(1,3)*H3;
P12HTA = P1A(2,1)*H1(k) + P1A(2,2)*H2(k) + P1A(2,3)*H3;
P13HTA = P1A(3,1)*H1(k) + P1A(3,2)*H2(k) + P1A(3,3)*H3;
HP1HTA = H1(k)*P11HTA + H2(k)*P12HTA + H3*P13HTA + RA(k);

AK1A(k) = P11HTA/HP1HTA;
AK2A(k) = P12HTA/HP1HTA;
AK3A(k) = P13HTA/HP1HTA;

AKHA = 1-AK1A(k)*H1(k);
BKHA = 0-AK1A(k)*H2(k);
CKHA = 0-AK1A(k)*H3;
DKHA = 0-AK2A(k)*H1(k);
EKHA = 1-AK2A(k)*H2(k);
FKHA = 0-AK2A(k)*H3;
PKHA = 0-AK3A(k)*H1(k);

```

```

QKHA = 0-AK3A(k)*H2(k);
RKHA = 1-AK3A(k)*H3;

PA(1,1) = AKHA*P1A(1,1) + BKHA*P1A(2,1) + CKHA*P1A(3,1);
PA(1,2) = AKHA*P1A(1,2) + BKHA*P1A(2,2) + CKHA*P1A(3,2);
PA(1,3) = AKHA*P1A(1,3) + BKHA*P1A(2,3) + CKHA*P1A(3,3);
PA(2,1) = DKHA*P1A(1,1) + EKHA*P1A(2,1) + FKHA*P1A(3,1);
PA(2,2) = DKHA*P1A(1,2) + EKHA*P1A(2,2) + FKHA*P1A(3,2);
PA(2,3) = DKHA*P1A(1,3) + EKHA*P1A(2,3) + FKHA*P1A(3,3);
PA(3,1) = PKHA*P1A(1,1) + QKHA*P1A(2,1) + RKHA*P1A(3,1);
PA(3,2) = PKHA*P1A(1,2) + QKHA*P1A(2,2) + RKHA*P1A(3,2);
PA(3,3) = PKHA*P1A(1,3) + QKHA*P1A(2,3) + RKHA*P1A(3,3);

for m = 1:3;
    for n = 1:3;
        SUM = 0.0;
        for KK = 1:3;
            SUM = SUM + (FLUKS(m, KK) * PA(KK, n));
        end;
        P1A(m, n) = SUM;
    end;
end;

for m = 1:3;
    for n = 1:3;
        SUM = 0.0;
        for KK = 1:3;
            SUM = SUM + (P1A(m, KK) * FLUKS(KK, n));
        end;
        P1A(m, n) = SUM;
    end;
end;

end;

%-----%
%      PERHITUNGAN HARGA K(k) DAN H(k)      %
%      PADA OFF LINE UNTUK MODEL TAK TERGANGGU  %
%===== %

%----- TEGANGAN TAK TERGANGGU ----- %

H3 = 1.0;

for m = 1:2;
    for n = 1:2;
        P1Aad(m, n) = 0.0;
        Plad(m, n) = 0.0;
        FLUKS(m, n) = 0.0;

        if m == n;
            Plad(m, n) = PP1ad;
            P1Aad(m, n) = PP1Aad;
            FLUKS(m, n) = PLUK;
        end;
    end;
end;

FLUKS(3, 3) = exp(-T/T1);

```

```

for k = 1:16;
    Rad(k) = AKVad*exp(-k*T/T1);
    P11HT = Plad(1,1)*H1(k)+Plad(1,2)*H2(k);
    P12HT = Plad(2,1)*H1(k)+Plad(2,2)*H2(k);
    HP1HT = H1(k)*P11HT+H2(k)*P12HT+Rad(k);

    AK1ad(k)= P11HT/HP1HT;
    AK2ad(k)= P12HT/HP1HT;

    AKH = 1-AK1ad(k)*H1(k);
    BKH = 0-AK1ad(k)*H2(k);
    CKH = 0-AK2ad(k)*H1(k);
    DKH = 1-AK2ad(k)*H2(k);

    Pad(1,1) = AKH*Plad(1,1)+BKH*Plad(2,1);
    Pad(1,2) = AKH*Plad(1,2)+BKH*Plad(2,2);
    Pad(2,1) = CKH*Plad(1,1)+DKH*Plad(2,1);
    Pad(2,2) = CKH*Plad(1,2)+DKH*Plad(2,2);

    for m = 1:2;
        for n = 1:2;
            Plad(m,n) = Pad(m,n);
        end;
    end;

%----- ARUS TAK TERGANGGU -----%

RAad(k) = AKIad*exp(-k*T/T1);
P11HTA = P1Aad(1,1)*H1(k) + P1Aad(1,2)*H2(k);
P12HTA = P1Aad(2,1)*H1(k) + P1Aad(2,2)*H2(k);
HP1HTA = H1(k)*P11HTA + H2(k)*P12HTA + RAad(k);

AK1Aad(k)= P11HTA/HP1HTA;
AK2Aad(k)= P12HTA/HP1HTA;

AKHA = 1-AK1Aad(k)*H1(k);
BKHA = 0-AK1Aad(k)*H2(k);
DKHA = 0-AK2Aad(k)*H1(k);
EKHA = 1-AK2Aad(k)*H2(k);

PAad(1,1) = AKHA*P1Aad(1,1) + BKHA*P1Aad(2,1);
PAad(1,2) = AKHA*P1Aad(1,2) + BKHA*P1Aad(2,2);
PAad(2,1) = DKHA*P1Aad(1,1) + EKHA*P1Aad(2,1);
PAad(2,2) = DKHA*P1Aad(1,2) + EKHA*P1Aad(2,2);

for m = 1:2;
    for n = 1:2;
        SUM = 0.0;
        for KK = 1:2;
            SUM = SUM + (FLUKS(m, KK) * PAad(KK, n));
        end;
        P1Aad(m,n) = SUM;
    end;
end;

for m = 1:2;
    for n = 1:2;
        SUM = 0.0;
        for KK = 1:2;
            SUM = SUM + (P1Aad(m, KK) * FLUKS(KK, n));
        end;
        P1Aad(m,n) = SUM;
    end;
end;

```

```

        end;
    end;

end;

%-----%
%          PENENTUAN ESTIMASI          %
%-----%

%----- Model Terganggu -----%

for k = 1:16;
    X1(k) = X1P1+(AK1(k)*(Zv(k)-H1(k)*X1P1-H2(k)*X2P1));
    X2(k) = X2P1+(AK2(k)*(Zv(k)-H1(k)*X1P1-H2(k)*X2P1));
    X3(k) = X3P1+(AK1A(k)*(Zi(k)-H1(k)*X3P1-H2(k)*X4P1-X5P1));
    X4(k) = X4P1+(AK2A(k)*(Zi(k)-H1(k)*X3P1-H2(k)*X4P1-X5P1));
    X5(k) = X5P1+(AK3A(k)*(Zi(k)-H1(k)*X3P1-H2(k)*X4P1-X5P1));

    X1P1 = X1(k);
    X2P1 = X2(k);
    X3P1 = X3(k);
    X4P1 = X4(k);
    X5P1 = 0.995*X5(k);
end;

%----- Model Tak Terganggu -----%

for k = 1:16;
    X1C(k) = X1P+(AK1ad(k)*(Zv(k)-H1(k)*X1P-H2(k)*X2P));
    X2C(k) = X2P+(AK2ad(k)*(Zv(k)-H1(k)*X1P-H2(k)*X2P));
    X3C(k) = X3P+(AK1Aad(k)*(Zi(k)-H1(k)*X3P-H2(k)*X4P));
    X4C(k) = X4P+(AK2Aad(k)*(Zi(k)-H1(k)*X3P-H2(k)*X4P));

    X1P = X1C(k);
    X2P = X2C(k);
    X3P = X3C(k);
    X4P = X4C(k);
end;

%-----%
%          PERHITUNGAN PROBABILITAS GANGGUAN          %
%-----%

%----- Terganggu -----%

for k = 1:16;
    FX1(k) = 1/(2.490895 + 1.466003*(X1(k)^2) - 0.024393*(X1(k)^4) +
        0.178257*(X1(k)^6));

    FX2(k) = 1/(2.490895 + 1.466003*(X2(k)^2) - 0.024393*(X2(k)^4) +
        0.178257*(X2(k)^6));

    FX3(k) = 1/(2.490895 + 1.466003*(X3(k)^2) - 0.024393*(X3(k)^4) +
        0.178257*(X3(k)^6));

```

$$FX4(k) = 1/(2.490895 + 1.466003*(X4(k)^2) - 0.024393*(X4(k)^4) + 0.178257*(X4(k)^6));$$

$$FX5(k) = 1/(2.490895 + 1.466003*(X5(k)^2) - 0.024393*(X5(k)^4) + 0.178257*(X5(k)^6));$$

%----- Tak Terganggu -----%

$$+ FX1C(k) = 1/(2.490895 + 1.466003*(X1C(k)^2) - 0.024393*(X1C(k)^4) + 0.178257*(X1C(k)^6));$$

$$+ FX2C(k) = 1/(2.490895 + 1.466003*(X2C(k)^2) - 0.024393*(X2C(k)^4) + 0.178257*(X2C(k)^6));$$

$$+ FX3C(k) = 1/(2.490895 + 1.466003*(X3C(k)^2) - 0.024393*(X3C(k)^4) + 0.178257*(X3C(k)^6));$$

$$+ FX4C(k) = 1/(2.490895 + 1.466003*(X4C(k)^2) - 0.024393*(X4C(k)^4) + 0.178257*(X4C(k)^6));$$

$$FX5C(k) = 1/2.490895;$$

$$PA11(k) = FX1(k)/(FX1(k) + FX1C(k));$$

$$PA21(k) = 1 - PA11(k);$$

$$PA12(k) = FX2(k)/(FX2(k) + FX2C(k));$$

$$PA22(k) = 1 - PA12(k);$$

$$PA13(k) = FX3(k)/(FX3(k) + FX3C(k));$$

$$PA23(k) = 1 - PA13(k);$$

$$PA14(k) = FX4(k)/(FX4(k) + FX4C(k));$$

$$PA24(k) = 1 - PA14(k);$$

$$PA15(k) = FX5(k)/(FX5(k) + FX5C(k));$$

$$PA25(k) = 1 - PA15(k);$$

```
%-----%
%          PENENTUAN ESTIMASI OPTIMAL          %
%-----%
```

$$X1(k) = PA11(k)*X1(k) + PA21(k)*X1C(k);$$

$$X2(k) = PA12(k)*X2(k) + PA22(k)*X2C(k);$$

$$X3(k) = PA13(k)*X3(k) + PA23(k)*X3C(k);$$

$$X4(k) = PA14(k)*X4(k) + PA24(k)*X4C(k);$$

$$X5(k) = PA15(k)*X5(k);$$

end;

disp('ESTIMASI OPTIMAL UNTUK TEGANGAN');

disp('=====');

disp('X1 X2');

[[X1]' [X2]']

disp('ESTIMASI OPTIMAL UNTUK ARUS');

disp('=====');

disp('X3 X4 X5');

[[X3]' [X4]' [X5]']

```

%=====
%      PROGRAM MENCARI KESALAHAN TEGANGAN
%      METODA MEAN SQUARE ERROR
%-----

%--- Input ---%

GAIN1 =.. ;
TETA1 =.. ;

%--- Perhitungan ---%

B = pi/8;
for k = 1:16;
    X11 = abs (X1(k));
    if X1(k) < 0.0;
        SUDUT1(k) = (-pi/2) + (atan(-X2(k)/X11));
    else;
        SUDUT1(k) = (pi/2) - (atan(-X2(k)/X11));
    end;
    H11(k) = sin((B*k)+SUDUT1(k));
    H1(k) = sin((B*k)+TETA1);
end;

SUM1 = 0.0;

for k = 1:16;
    T1(k) = (X1(k)^2 + X2(k)^2)^0.5;
    TEG(k) = T1(k) * H11(k);
    TEGR(k) = GAIN1 * H1(k);
    ERROR1(k) = (TEG(k) - TEGR(k))^2;
    SUM1 = SUM1 + ERROR1(k);
end;

ERR1R = SUM1/16;

%disp ('      TEGANGAN ESTIMASI      ');%
%disp ('=====');%
for k = 1:16;
    SUDUT1(k) = SUDUT1(k) * (180/pi);
end;

%disp ('      T1      SUDUT  ');%
%      [[T1]' [SUDUT1]'];%

disp ('  TEGANGAN , TEGANGAN REFERENSI , ERROR TEGANGAN');
disp ('=====');
disp ('[TEG' TEGR' ERROR1']

disp (' ERROR TEGANGAN RATA - RATA ')
disp ('=====');
disp ('[ERR1R]

```



```

%=====
%          PROGRAM Mencari Kesalahan Arus
%          METODA MEAN SQUARE ERROR
%-----

%--- Input ---%

GAIN2 =.. ;
TETA2 =.. ;

%---- Perhitungan ----%

B = pi/8;
for k = 1:16;
    X31 = abs (X3(k));
    if X3(k) < 0.0;
        SUDUT2(k) = (-pi/2) + (atan(-X4(k)/X31));
    else;
        SUDUT2(k) = (pi/2) - (atan(-X4(k)/X31));
    end;
    H22(k) = sin((B*k)+SUDUT2(k));
    H2(k) = sin((B*k)+TETA2);
end;
SUM2 = 0.0;
for k = 1:16;
    A1(k) = (X3(k)^2 + X4(k)^2)^0.5;
    ARUS(k) = A1(k) * H22(k) + X5(k);
    ARUSR(k) = GAIN2 * H2(k);
    ERROR2(k) = (ARUS(k) - ARUSR(k))^2;
    SUM2 = SUM2 + ERROR2(k);
end;
ERR2R = SUM2/16;

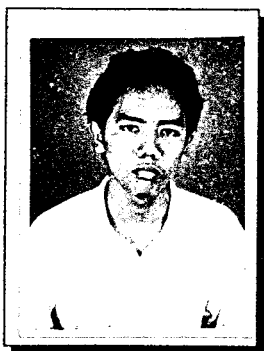
%disp ('          ARUS      ESTIMASI          ');%
%disp ('=====');%
for k = 1:16;
    SUDUT2(k) = SUDUT2(k) * (180/pi);
end;
%disp ('          A1          SUDUT2  ');%
%    [[A1]' [SUDUT2]'];%

disp (' ARUS , ARUS REFERENSI , ERROR ARUS');
disp ('=====')
    [ARUS' ARUSR' ERROR2']

disp (' ERROR ARUS RATA - RATA ')
disp ('=====');
    [ERR2R]

```

BIO DATA



Penulis dilahirkan di kota Tabanan - Bali pada tanggal 31 Desember 1972 dengan nama lengkap I Kadek Wahyudi merupakan anak kedua dari tiga bersaudara dari Bapak bernama I Made Sunastra dan Ibu bernama Ni. Kompiang N.

Riwayat pendidikan yang pernah ditempuh penulis adalah :

- | | |
|--------------------------------------|--------------|
| 1. SD NEGERI 3 Ubung Denpasar - Bali | 1979 - 1985. |
| 2. SMP NEGERI 10 Denpasar - Bali | 1985 - 1988 |
| 3. SMA NEGERI 3 Denpasar-Bali | 1988 - 1991 |
| 4. Jurusan Teknik Elektro FTI-ITS | 1991 - |

Selama menjadi mahasiswa, penulis aktif dalam kegiatan kampus dan menjadi Asisten Praktikum : Pengukuran Listrik, Teknik Tenaga Listrik, Teknik Sistem Tenaga, Elektronika Daya pada bidang studi Teknik Sistem Tenaga.

FAKULTAS TEKNOLOGI INDUSTRI
JURUSAN TEKNIK ELEKTRO

EL 1799 TUGAS AKHIR - 6 SKS

Nama Mahasiswa : I KADEK WAHYUDI
Nomor Pokok : 2912201717
Bidang Studi : Teknik Sistem Tenaga
Dosen Pembimbing I : Ir. TEGUH YUWONO
Dosen Pembimbing II : Ir. MARGO PUJANTARA, MT
TUGAS DIBERIKAN : OKTOBER 1995
JUDUL TUGAS AKHIR :

STUDI APLIKASI ALGORITMA FILTER KALMAN ADAPTIF UNTUK PERBAIKAN CACAT GELOMBANG PADA RELE JARAK DIGITAL

Uraian Tugas Akhir :

Dalam tulisan ini dibahas metoda Filter Kalman Adaptif, untuk mengatasi permasalahan cacat gelombang tegangan dan arus pada saat terjadi gangguan pada saluran transmisi. Metoda ini digunakan untuk mengestimasi konstanta-konstanta fasa dan amplitudo yang tidak diketahui yang menentukan harga tegangan dan arus pada frekuensi 50 Hz. Pengukuran rele jarak digital yang dipasang pada saluran transmisi dalam studi ini diperoleh melalui model gelombang sinusoidal terderau. Hasil estimasi kemudian dapat digunakan sebagai masukan untuk menentukan lokasi gangguan.

Perhitungan penguat akan dilakukan secara *off-line*, sedangkan untuk menganalisa kemampuan Filter Kalman Adaptif digunakan metoda *Mean Square Error (MSE)*.

Dosen Pembimbing I

Ir. Teguh Yuwono
Nip. 130 604 244

Mengetahui

Jurusan Teknik Elektro FTI-ITS
Ketua

Dr. Ir. Moch Salehudin, M. Eng. Sc
Nip. 130 532 026

Surabaya, 14 September 1995

Dosen Pembimbing II

Ir. Margo Pujiantara, MT
Nip. 131 925 501

Menyetujui

Bidang Studi Teknik Sistem Tenaga
Koordinator

Ir. Sidarjanto

Nip. 130 532 009



USULAN TUGAS AKHIR

JUDUL	:STUDI APLIKASI ALGORITMA FILTER KALMAN ADAPTIF UNTUK PERBAIKAN CACAT GELOMBANG PADA RELE JARAK DIGITAL
RUANG LINGKUP	<ul style="list-style-type: none">- Sistem Pengaturan- Sistem Pengaman Tenaga Listrik- Analisa Sistem Tenaga
LATAR BELAKANG	<p>:Pada sistem jaringan listrik, gangguan akan sering terjadi yaitu pada saluran transmisinya karena disebabkan oleh panjangnya saluran tersebut. Untuk mengetahui lokasi gangguan yang terjadi secara cepat maka diperlukan estimasi secara cepat dan tepat. Salah satu cara untuk mengestimasi lokasi gangguan adalah dengan rele jarak digital. Bila terjadi gangguan pada sistem transmisi maka akan terjadi cacat gelombang tegangan dan arus sehingga akan menyulitkan estimasi lokasi gangguan secara tepat. Untuk itu diperlukan filter pada rele jarak digital tersebut agar diperoleh harga estimasi tegangan dan arus pada frekuensi sistem secara tepat.</p>
PENELAHAAN STUDI	<ul style="list-style-type: none">-Mempelajari tentang Sistem Pengaman Tenaga Listrik khususnya rele jarak digital-Mempelajari tentang Filter Kalman Adaptif dan

JADWAL PELAKSANAAN: Tugas Akhir ini direncanakan selesai selama 6 bulan dengan perincian sebagai berikut :

No.	Kegiatan	Bulan ke -					
		1	2	3	4	5	6
1	Studi Literatur						
2	Simulasi Data						
3	Pembahasan Masalah						
4	Kesimpulan						
5	Penulisan Tugas Akhir						